

JACEK MUCHA\*, MONIKA WASILEWSKA\*\*

## **Dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach węgla kamiennego GZW**

### Słowa kluczowe

Węgiel kamienny, zawartość siarki i popiołu, interpolacja, błędy

### Streszczenie

Oceniono dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach KWK Murcki przy zastosowaniu pięciu wybranych metod interpolacji: minimalnej krzywizny (MC), odwrotnej odległości (ID), krigingu (K), zmodyfikowanej metody Shepard'a (Sh), radialnych funkcji bazowych (RB). Stwierdzono generalnie bardzo niską jakość interpolacji wyrażającą się występowaniem błędów systematycznych prognozy wartości analizowanych parametrów, dużych błędów absolutnych i słabą korelacją między wartościami prognozowanymi i stwierdzonymi parametrów. W tej sytuacji wskazanie najlepszego interpolatora uznano za kwestię drugorzędą. Głównymi przyczynami małej wiarygodności interpolacji jest duża zmienność i obszarowe zróżnicowanie zawartości siarki i popiołu. Zwrócono uwagę na możliwość i celowość zastąpienia najczęściej stosowanej interpolacji punktowej przez interpolację blokową.

### Wprowadzenie

Jedną z najwygodniejszych i najczęściej stosowanych form graficznego dokumentowania rozmieszczenia wartości parametrów złożowych w pokładach węgla kamiennego są mapy izoliniowe (izarytm). Zadanie to ułatwia obecnie powszechna dostępność komputerów oraz bogata oferta oprogramowania komputerowego w tym zakresie. We wcześniejszych

---

\* Dr hab. inż., \*\* Mgr inż., Katedra Geologii Kopalnianej AGH, Kraków.

Recenzował prof. dr hab. inż. Marek Nieć

fazach rozpoznania złóż węgla kamiennego mapy izoliniowe sporządzane są na podstawie danych rozpoznania wiertniczego. Umożliwiają one prognozowanie wartości dowolnych parametrów złożowych (głównie miąższości pokładów) w udostępnianych i przewidywanych do eksploatacji partiach złoża, a także szacowanie zasobów węgla kamiennego. Przedmiotem tego typu opisu mogą być również parametry opisujące jakość kopaliny do których należą zawartość siarki i popiołu.

Podstawowym pytaniem, jakie rodzi się przy tej okazji jest pytanie o wiarygodność map izoliniowych konstruowanych w oparciu o wyniki interpolacji wartości badanych parametrów dokonywanej w węzłach założonej regularnej sieci punktów. Dotychczasowe doświadczenia (Dolik, Kokesz, Nieć 1988; Cressie 1993) wskazują, że wyinterpolowane wartości parametrów mogą być obciążone poważnymi błędami, co czyni w takich przypadkach zasadność tworzenia map izoliniowych co najmniej dyskusyjną.

Dokładność interpolacji uzależniona jest w głównej mierze od zmienności naturalnej rozpatrywanych parametrów złożowych, gęstości sieci opróbowań, rodzaju zastosowanego interpolatora oraz błędów opróbowania i analiz chemicznych. Zastosowanie różnych metod interpolacji prowadzi niekiedy do różnych oszacowań wartości parametrów w punktach interpolacji i w konsekwencji powstania odmiennych, w sensie przebiegu i rozkładu izolinii, map obrazujących zmiany wartości parametrów w pokładach.

Zagadnienie to w odniesieniu do złóż węgla kamiennego, a w szczególności kwestie dotyczące dokładności interpolacji parametrów opisujących jakość węgla kamiennego, nie były dotychczas przedmiotem wnikliwych badań.

## 1. Cel i zakres pracy

Zasadniczym celem badań wykonanych na zgromadzonych zbiorach oznaczeń zawartości siarki i popiołu w próbkach pobranych z otworów wiertniczych i wyrobisk górniczych były:

- ocena dokładności wybranych metod interpolacji: minimalnej krzywizny (MC), odwrotnej odległości (ID), krigingu (K), zmodyfikowanej metody Shepard'a (Sh), radialnych funkcji bazowych (RB),
- porównanie dokładności zastosowanych interpolatorów i wskazanie metody gwarantującej uzyskanie najwyższej dokładności punktowych oszacowań, a zarazem umożliwiającej skonstruowanie za pomocą map izoliniowych najbardziej rzetelnego obrazu rozmieszczenia wartości parametrów,
- zweryfikowanie możliwości wiarygodnego prognozowania w oparciu o dane rozpoznania wiertniczego zawartości rozpatrywanych składników w partiach złoża przewidzianych do eksploatacji,
- określenie możliwości podwyższenia dokładności interpolacji.

## 2. Materiał podstawowy badań

Materiał podstawowy badań stanowiły dane uzyskane na etapie wiertniczego i górniczego rozpoznania pokładów 330, 334/2 i 349 złoża węgla kamiennego Murcki. Przedmiotem bezpośrednich badań były zbiory oznaczeń zawartości siarki całkowitej ( $S_T$ ) i popiołu w stanie roboczym ( $A_r$ ) w próbkach pobranych z rdzeni otworów wiertniczych (OW) i wyrobisk górniczych (WG). Rozmieszczenie punktów opróbowania pokładów przedstawia rysunek 1, a podstawowe dane statystyczne badanych parametrów zestawiono w tabeli 1. Średni rozstaw otworów wynosił: 1200—1500 m, natomiast średni rozstaw próbek wzdłuż wyrobisk górniczych 200—300 m.

TABELA 1

Statystyka zawartości siarki całkowitej [ $S_T$ ] i popiołu [ $A_r$ ] w rozpatrywanych zbiorach danych

TABLE 1

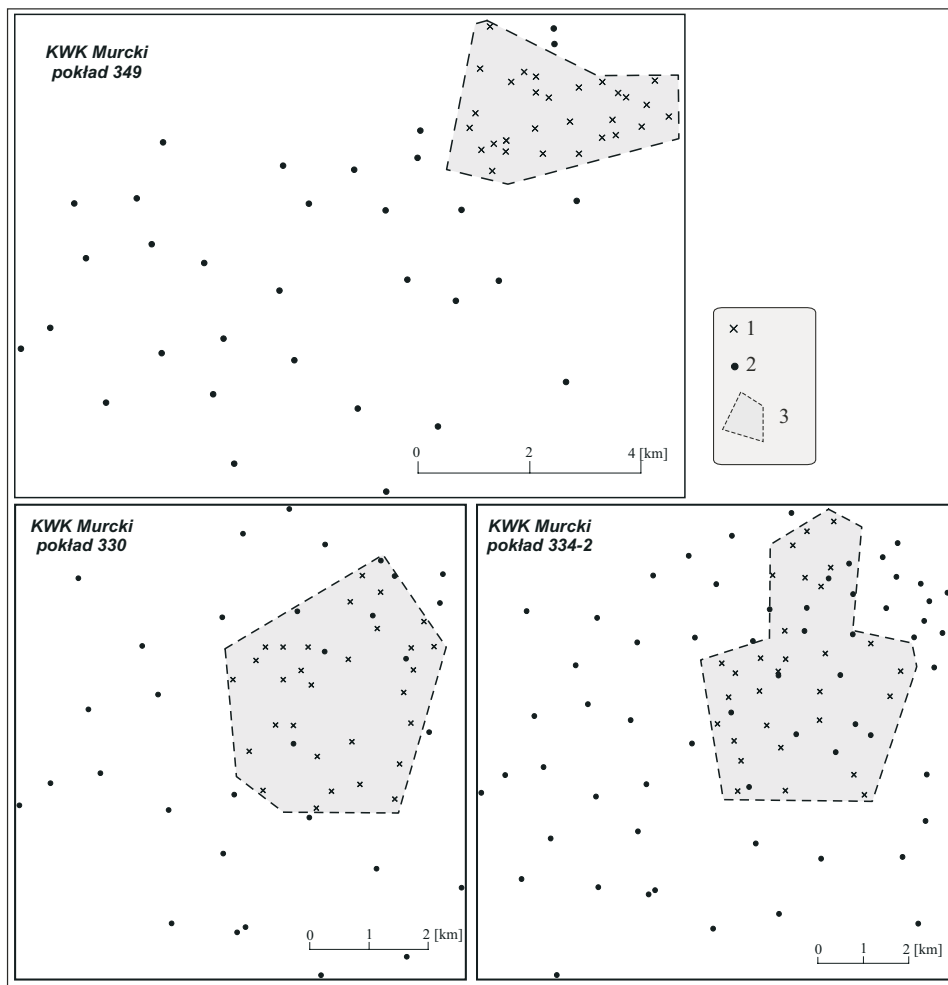
Statistics of sulphur and ash contents for basic data sets

Parametr	Pokład	Źródło danych	N	$\bar{z}$ [%]	$s$ [%]	$v$ [%]	$g_1$	Test K-S	Test M-W
Zawartość siarki całkowitej [ $S_T$ ]	330	OW	32	0,99	0,45	45,7	1,34	+	+
		WG	84	0,83	0,33	39,6	0,69		
	334/2	OW	61	0,86	0,52	61,0	2,03	+	+
		WG	108	0,83	0,45	54,4	2,36		
	349	OW	39	0,75	0,41	54,8	1,68	-	-
		WG	122	0,86	0,36	42,3	0,98		
Zawartość popiołu [ $A_r$ ]	330	OW	36	17,4	7,8	44,7	0,37	+	+
		WG	85	17,7	6,7	38,0	0,07		
	334/2	OW	71	13,8	10,6	77,2	2,50	+	+
		WG	108	11,5	6,6	56,8	0,96		
	349	OW	40	17,5	9,4	53,3	1,05	-	-
		WG	122	11,2	7,3	65,7	2,05		

OW — otwory wiertnicze, WG — wyrobiska górnicze,  $\bar{z}$  — średnia arytmetyczna,  $s$  — odchylenie standardowe,  $v$  — współczynnik zmienności,  $g_1$  — współczynnik asymetrii, „+” — brak podstaw do odrzucenia hipotezy o identyczności rozkładów (Test K-S Kołmogorowa–Smirnowa) lub median (Test M-W Manna-Whitney’a) dla poziomu prawdopodobieństwa  $P = 0,95$ , „-” — odrzucenie hipotezy o identyczności rozkładów lub median z ryzykiem błędu nie większym niż 5%.

Liczba próbek pobranych z wyrobisk górniczych w każdym z rozpatrywanych pokładów przewyższa wyraźnie liczbę próbek pobranych z otworów wiertniczych. Średnie zawartości

siarki w rozpatrywanych zbiorach danych mieszczą się w przedziale 0,75—0,99%, natomiast średnie zawartości popiołu w przedziale 11,2—17,7%. Wielkości te nie odbiegają zasadniczo od średnich wartości tych parametrów dla złóż Górnośląskiego Zagłębia Węglowego z wyjątkiem jej północno-wschodniej części. Współczynniki zmienności badanych parametrów są dosyć zbliżone, a ich skrajne wartości wyznaczają przedziały: 40—61% dla zawartości siarki i 38—77% dla zawartości popiołu. Przytoczone zakresy współczynników zmienności parametrów upoważniają do określenia zmienności tych parametrów jako dużej,



Rys. 1. Lokalizacja punktów opróbowania pokładów w otworach wiertniczych i wyrobiskach górniczych złoża węgla kamiennego Murcki

1 — punkty opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, 2 — punkty opróbowania złoża w otworach wiertniczych, 3 — fragment złoża rozpoznany wyrobiskami górniczymi

Fig. 1. Localization of the boreholes and underground sampling points (Murcki mine)

1 — sampling points in mine workings, 2 — boreholes sampled, 3 — area of mining exploration

co jest również prawdziwe dla większości złóż GZW. Porównanie rozkładów i median zawartości siarki i popiołu dla zbiorów danych z otworów wiertniczych i wyrobisk górniczych wykazało istnienie statystycznych różnic tylko w przypadku pokładu 349, co można uznać za zrozumiałe zważywszy peryferyjne położenie punktów opróbowania wyrobisk górniczych względem obszaru rozpoznanego za pomocą opróbowanych otworów wiertniczych.

### 3. Metodyka badań

Badanie dokładności interpolacji zrealizowano przy użyciu programu komputerowego Surfer 8.0. Oferuje on kilka metod interpolacji bazujących na odmiennych algorytmach, co skutkuje w pewnym stopniu różną interpretacją rozmieszczenia prognozowanych wartości parametrów potwierdzaną odmiennym przebiegiem izolinii na mapach. W analizie wykorzystano pięć najczęściej stosowanych metod interpolacji opisanych bliżej w instrukcji programu Surfer 8.0:

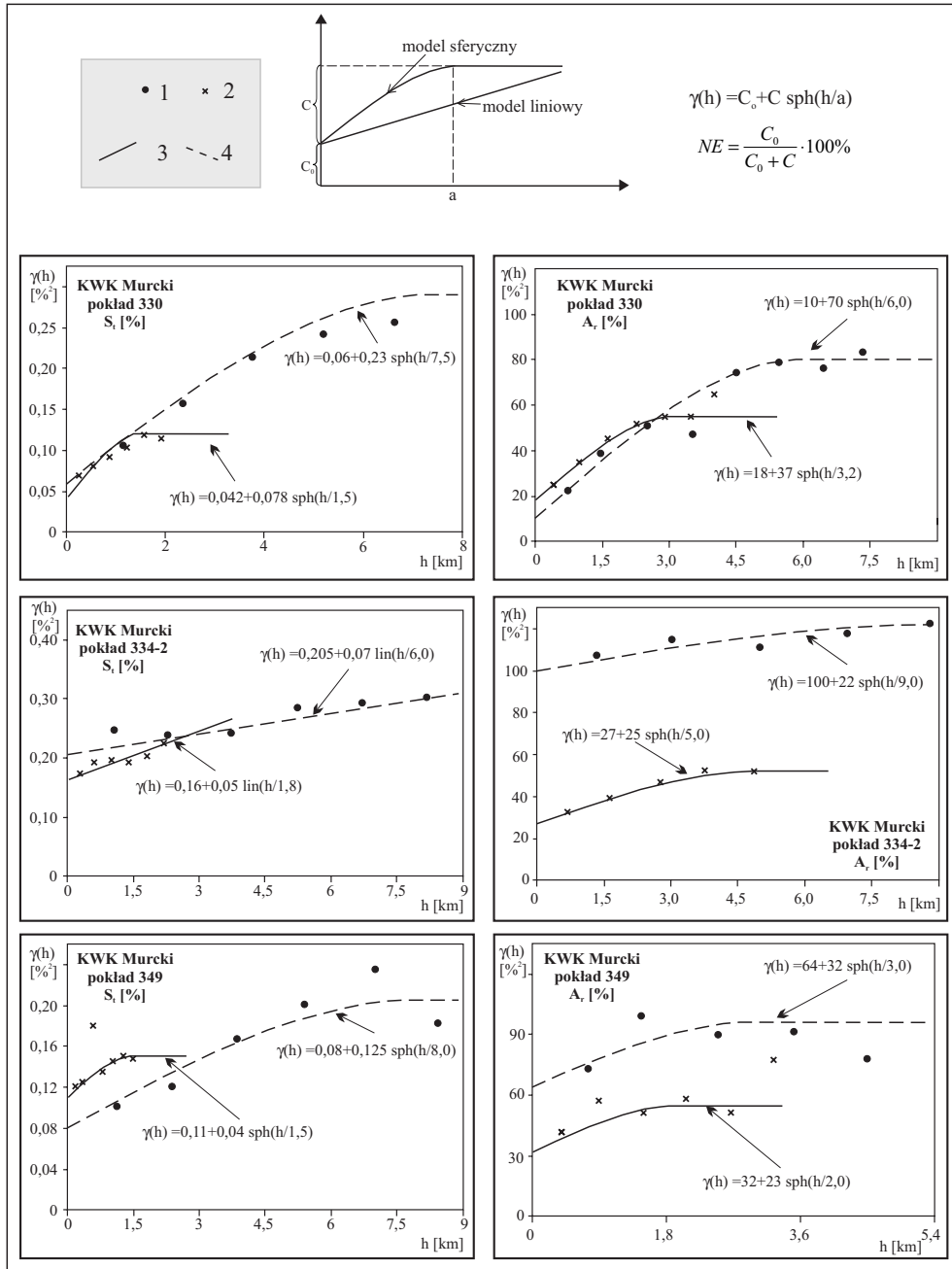
- metodę minimalnej krzywizny (*Minimum Curvature* — MC),
- metodę odwrotnej odległości (*Inverse Distance to a Power* — ID),
- krigingu (K),
- zmodyfikowaną metodę Shepard'a (*Modified Shepard's Method* — Sh),
- metodę radialnych funkcji bazowych (*Radial Basis Function* — RB).

Wśród wymienionych metod jedynie zastosowanie geostatystycznej procedury krigingu (K) wymaga uprzedniej znajomości modeli zmienności interpolowanych parametrów. Podstawę modelowania stanowią semiwariogramy próbkowe, czyli funkcje ujmujące zależność między średnim kwadratem różnic wartości badanych parametrów i średnią odległością między punktami ich pomiaru (punktami opróbowania złoża). Geostatystyczne modele zmienności uzyskuje się przez przybliżenie semiwariogramów próbkowych za pomocą dozwolonych w geostatystyce funkcji analitycznych. Wykresy i równania modeli zmienności zawartości siarki i popiołu w rozpatrywanych pokładach KWK Murcki, uzyskane przy zastosowaniu programu GeoEAS (Englund, Sparks 1991) przedstawiono na rysunku 2.

Oceny dokładności interpolacji przy zastosowaniu wytypowanych metod dokonano dwuwariantowo. W obu przypadkach rolę zbioru stanowiącego podstawę interpolacji odgrywał zbiór danych z otworów wiertniczych.

W wariancie I wyłączano ze zbioru kolejne otwory, szacując jednocześnie w miejscach ich odwiercenia wartości parametrów w oparciu o wszystkie pozostałe otwory. Taki sposób weryfikacji poprawności interpolacji za pomocą testu krzyżowego zawarty jest w programie Surfer 8.0 (*cross validation report*).

W wariancie II zbiór wyników oznaczeń siarki i popiołu w próbkach pobranych z wyrobisk górniczych potraktowano jako zbiór testowy. W oparciu o dane pochodzące ze wszystkich otworów oszacowano wartości badanych parametrów w 30 losowo wybranych punktach opróbowania wyrobisk górniczych.



Jako miarę błędu interpolacji przyjęto różnice oszacowanych (wyinterpolowanych) i rzeczywistych (stwierdzonych) zawartości siarki i popiołu w poszczególnych otworach (w wariancie I) lub punktach opróbowań wyrobisk górniczych (w wariancie II).

Dla obu wariantów badania jako generalne miary dokładności interpolacji wyznaczono: średni błąd względny ( $\bar{\epsilon}_R$ ) i średni absolutny błąd względny ( $\bar{\epsilon}_{AR}$ ):

$$\bar{\epsilon}_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{z_i^* - z_i}{z_i} \cdot 100\%$$

$$\bar{\epsilon}_{AR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|z_i^* - z_i|}{z_i} \cdot 100\%$$

gdzie:

$N$  — liczba danych,

$z_i^*$  — oszacowana wartość parametru w punkcie opróbowania  $i$ ,

$z_i$  — rzeczywista wartość parametru w punkcie opróbowania  $i$ .

O wysokiej jakości interpolacji mogą świadczyć bliskie zera wartości średniego błędu względnego  $\bar{\epsilon}_R$  (co oznacza zarazem brak błędu systematycznego prognozy wartości parametrów) oraz możliwie niskie wartości średniego błędu absolutnego  $\bar{\epsilon}_{AR}$ . W dalszym postępowaniu przyjęto arbitralnie, że dokładność interpolacji można uznać za możliwą do zaakceptowania, gdy błąd  $\bar{\epsilon}_{AR}$  jest mniejszy od 25%. Oprócz średnich błędów względnych obu rodzajów jako dodatkową miarę dobroci interpolacji wyznaczono współczynniki korelacji liniowej między wartościami oszacowanymi i stwierdzonymi w punktach opróbowania.

←

Rys. 2. Semiwariogramy próbkowe i modele geostatystyczne parametrów dla danych rozpoznania wiertniczego i górniczego (notacja równań modeli wg Deutsch, Journal 1992)  
 Oś rzędnych — średnie zróżnicowanie parametru, oś odciętych — średnia odległość między punktami opróbowania; 1 — semiwariogram próbkowy dla danych rozpoznania wiertniczego, 2 — semiwariogram próbkowy dla danych rozpoznania górniczego, 3 — model semiwariogramu dla danych rozpoznania górniczego, 4 — model semiwariogramu dla danych rozpoznania wiertniczego,  
 $A_p$  — zawartość popiołu,  $S_i$  — zawartość siarki;  $C_0$  — wariancja zmienności lokalnej (składnika losowego zmienności),  $C$  — wariancja zmienności przestrzennej (składnika zmienności nielosowej),  $a$  — zasięg semiwariogramu,  $NE$  — udział składnika losowego w całkowitej zmienności parametru

Fig. 2. Semivariograms and geostatistical models of the parameters analysed for the data from drilling and mining exploration (notation of model formulae according to Deutsch and Journal 1992)

1 — semivariogram for the data from drilling exploration, 2 — semivariogram for the data from mining exploration, 3 — semivariogram model for the data from mining exploration, 4 — semivariogram model for the data from drilling exploration,  $A_p$  — ash content,  $S_i$  — sulphur content;  $C_0$  — variance of the local variability (nugget variance),  $C$  — variance of the spatial variability,  $a$  — the range of the semivariogram,  $NE$  — nugget effect

Abstrahując od statystycznego testowania istotności współczynników korelacji ( $r$ ) wymagającego normalności rozkładów, przyjęto za Nieciem (1990) orientacyjny, ale wygodny w praktyce podział siły korelacji. Zgodnie z nim poniższymi przedziałom bezwzględnych wartości współczynnika korelacji liniowej  $r$  odpowiadają opisowe nazwy stopnia korelacji:  $r < 0,3$  — brak korelacji (współczynnik determinacji  $\eta$  poniżej 10%,  $\eta = r^2$  100%),  $r = 0,3—0,5$  — bardzo słaba,  $r = 0,5—0,7$  — słaba,  $r = 0,7—0,9$  — wyraźna,  $r = 0,9—1,0$  — bardzo wyraźna.

#### 4. Wyniki badań

Porównanie obliczonych i zestawionych w tabeli 2 i na rysunku 3 wartości miar dokładności interpolacji dla analizowanych metod upoważnia do sformułowania następujących spostrzeżeń i wniosków:

- W przypadku wariantu badania I, w którym zbiór danych z otworów wiertniczych stanowił zarówno podstawę interpolacji, jak i podstawę weryfikacji dokładności interpolacji, metoda minimalnej krzywizny daje na tle innych metod najdokładniejsze wyniki prognozy wartości parametrów. Jednak z wyjątkiem obu rozpatrywanych parametrów złożowych dla pokładu 330 i zawartości popiołu w pokładzie 349, dla których wysokość błędów jest w pełni akceptowalna, a współczynnik korelacji bardzo wysoki ( $\bar{r}_R < 5\%$  i  $\bar{r}_{AR} < 10\%$ ,  $r > 0,9$ ), dokładność interpolacji przy zastosowaniu metody minimalnej krzywizny, jak również wszystkich pozostałych należy uznać za wysoce niezadowolającą. Jakość interpolacji dyskwalifikują zbyt wysokie wartości średnich błędów (z zakresu 10—40%) świadczące o systematycznym zawyżaniu w analizowanych przypadkach ocen rzeczywistych zawartości siarki i popiołu oraz wartości błędów absolutnych (z zakresu 29—72%), jak również niskie wartości współczynnika korelacji, które wskazują bądź to na słabą korelację liniową ( $r$  od 0,5 do 0,7), bądź częściej na bardzo słabą lub wręcz na jej praktyczny brak ( $r < 0,5$ ).
- W przypadku wariantu badania II, w którym zbiór danych z otworów wiertniczych stanowił podstawę interpolacji w punktach opróbowania wyrobisk górniczych o znanych wartościach parametrów tworzących zbiór testowy, jakość interpolacji jest jeszcze niższa i tym razem zbliżona dla wszystkich zastosowanych metod interpolacji. Obliczone błędy mogą przyjmować nierealistycznie wysokie wartości: od -3 do 151% w przypadku błędów średnich i od 34 do 157% w przypadku błędów absolutnych. Korelacja ocen i stwierdzonych wartości parametrów jest w dwóch przypadkach słaba, natomiast we wszystkich pozostałych bardzo słaba lub jej praktycznie brak ( $r < 0,5$ ).

Z wykonanej w dwóch wariantach weryfikacji jakości interpolacji za godne większego zaufania należy uznać bardziej pesymistyczne rezultaty uzyskane dla wariantu II, w którym zbiór testowy był niezależny od zbioru stanowiącego bazę interpolacji, a więc uwzględniał również obszarowe zróżnicowanie średnich wartości badanych parametrów.



TABELA 2

Ocena dokładności interpolacji przy zastosowaniu wytypowanych metod

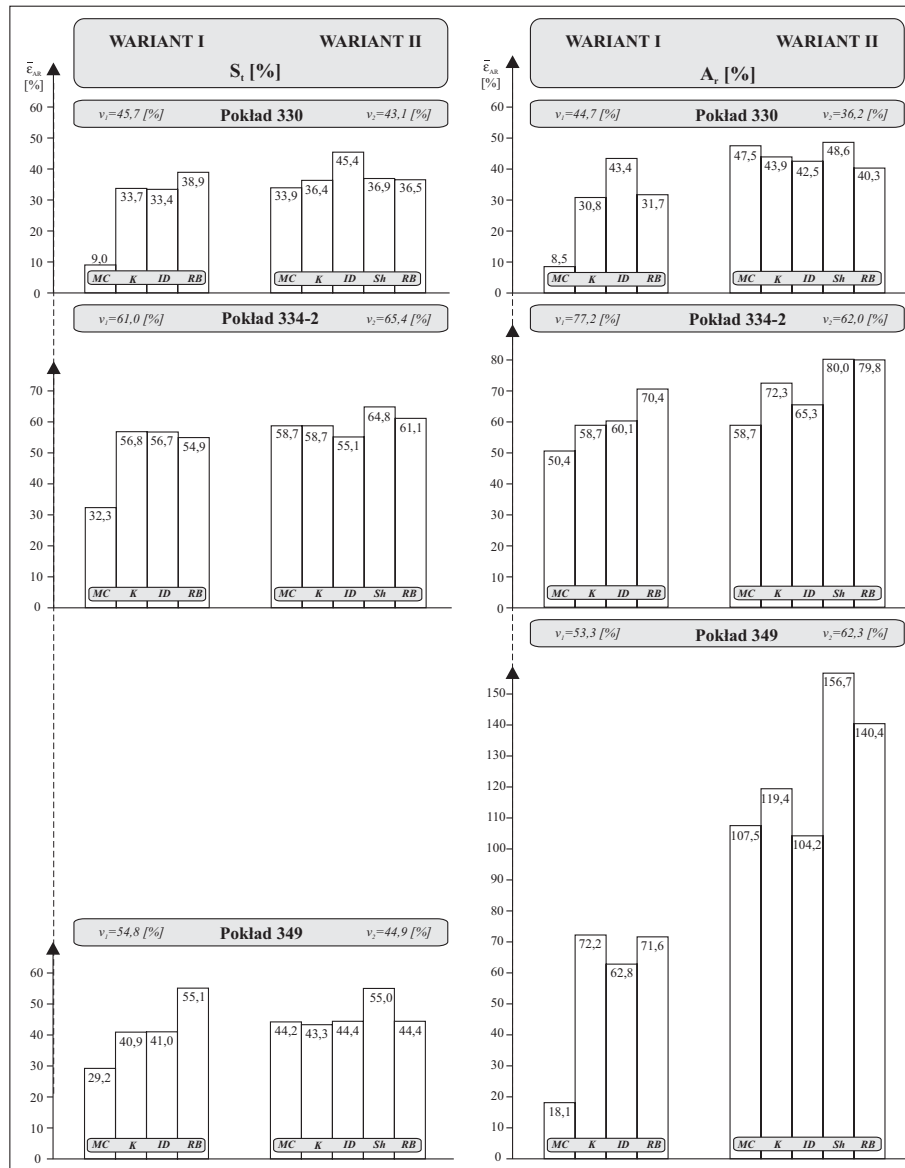
TABLE 2

Assessment of interpolation accuracy for various interpolators

Parametr	Pokład	Metoda interpolacji	Wariant I			Wariant II		
			$\bar{\epsilon}_{AR}$	$\bar{\epsilon}_R$	$r(z_i^* - z_i)$	$\bar{\epsilon}_{AR}$	$\bar{\epsilon}_R$	$r(z_i^* - z_i)$
Zawartość siarki $S_r$ [%]	330	MC	9,0	3,3	0,98	33,9	15,0	0,55
		K	33,7	12,2	0,65	36,4	10,8	0,40
		ID	33,4	16,4	0,60	45,4	30,0	0,39
		Sh	*	*	*	36,9	8,7	0,41
		RB	38,9	11,8	0,61	36,5	9,8	0,44
	334-2	MC	32,3	11,5	0,66	58,7	11,2	0,01
		K	56,8	33,0	0,30	58,7	-9,3	0,08
		ID	56,7	32,9	0,30	55,1	17,4	-0,12
		Sh	*	*	*	64,8	-19,2	0,06
		RB	54,9	20,0	0,28	61,1	-16,0	0,13
	349	MC	29,2	15,7	0,69	44,2	-2,1	0,01
		K	40,9	21,1	0,44	43,3	-4,2	0,16
		ID	41,0	20,2	0,34	44,4	-3,2	-0,23
		Sh	*	*	*	55,0	-15,4	-0,08
		RB	55,1	17,5	0,17	44,4	-2,5	-0,11
Zawartość popiołu $A_r$ [%]	330	MC	8,5	-0,3	0,98	47,5	30,0	0,10
		K	30,8	11,7	0,70	43,9	29,3	0,35
		ID	43,3	23,8	0,63	42,5	21,9	0,22
		Sh	*	*	*	48,6	33,4	0,25
		RB	31,7	9,3	0,70	40,3	27,1	0,44
	334-2	MC	50,4	18,9	0,48	58,7	37,9	0,22
		K	58,7	29,3	0,24	72,3	43,3	0,06
		ID	60,1	35,1	0,14	65,3	47,7	0,27
		Sh	*	*	*	80,0	44,5	0,00
		RB	70,4	29,0	0,19	79,8	44,6	0,07
	349	MC	18,1	6,9	0,93	107,5	99,3	0,06
		K	72,2	38,1	-0,21	119,4	113,2	0,14
		ID	62,8	40,0	-0,35	104,2	95,5	-0,01
		Sh	*	*	*	156,7	150,8	0,01
		RB	71,6	31,0	-0,18	140,4	134,4	0,06

$\bar{\epsilon}_R$  — średni błąd względny interpolacji,  $\bar{\epsilon}_{AR}$  — średni absolutny błąd względny,  $r(z_i^* - z_i)$  — współczynnik korelacji między rzeczywistą i oszacowaną wartością parametru w punkcie obserwacji.

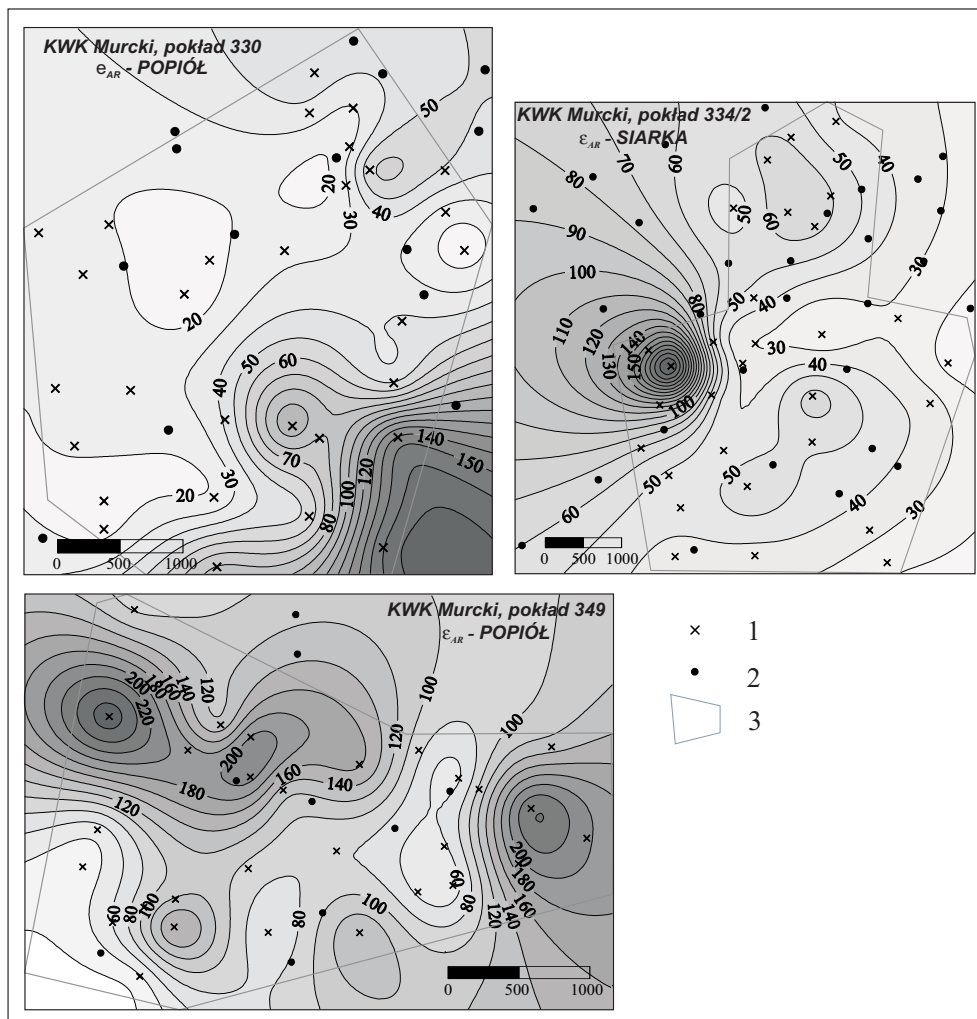
\* — nie obliczono z powodu błędu w programie Surfer 8.0.



Rys. 3. Diagram słupkowy średnich absolutnych błędów względnych interpolacji dla I i II wariantu badania  
 Metody interpolacji: MC — minimalnej krzywizny, K — kriging punktowy, ID — odwrotnej odległości,  
 Sh — zmodyfikowana Shepard'a, RB — radialnych funkcji bazowych,  
 $v_1$  — współczynnik zmienności parametru dla zbioru danych z otworów wiertniczych,  
 $v_2$  — współczynnik zmienności parametru dla zbioru danych z wyrobisk górniczych,  $A_r$  — zawartość popiołu,  
 $S_t$  — zawartość siarki

Fig. 3. Diagram of mean absolute relative errors of interpolation for two variants of cross-validation  
 Methods of interpolation: MC — minimum curvature, K — point kriging, ID — inverse distance to a power,  
 Sh — modified Shepard's method, RB — radial basis function,  $v_1$  — coefficient of variation for data from  
 boreholes,  $v_2$  — coefficient of variation for data from mine workings,  $A_r$  — ash content,  $S_t$  — sulphur content

Uzyskane wyniki badań dowodzą skrajnie małej wiarygodności interpolacji parametrów opisujących jakość pokładów węgla, co wyraża się dużymi lub skrajnie dużymi wartościami błędów interpolacji zarówno w przypadku zastosowania jako interpolatora procedury krigingu (rys. 4), jak i innych interpolatorów (rys. 5). Sensowność punktowego prognozowania wartości tych parametrów w partiach pokładów przewidywanych do eksploatacji w oparciu o dane rozpoznania wiertniczego jest więc co najmniej wątpliwa.

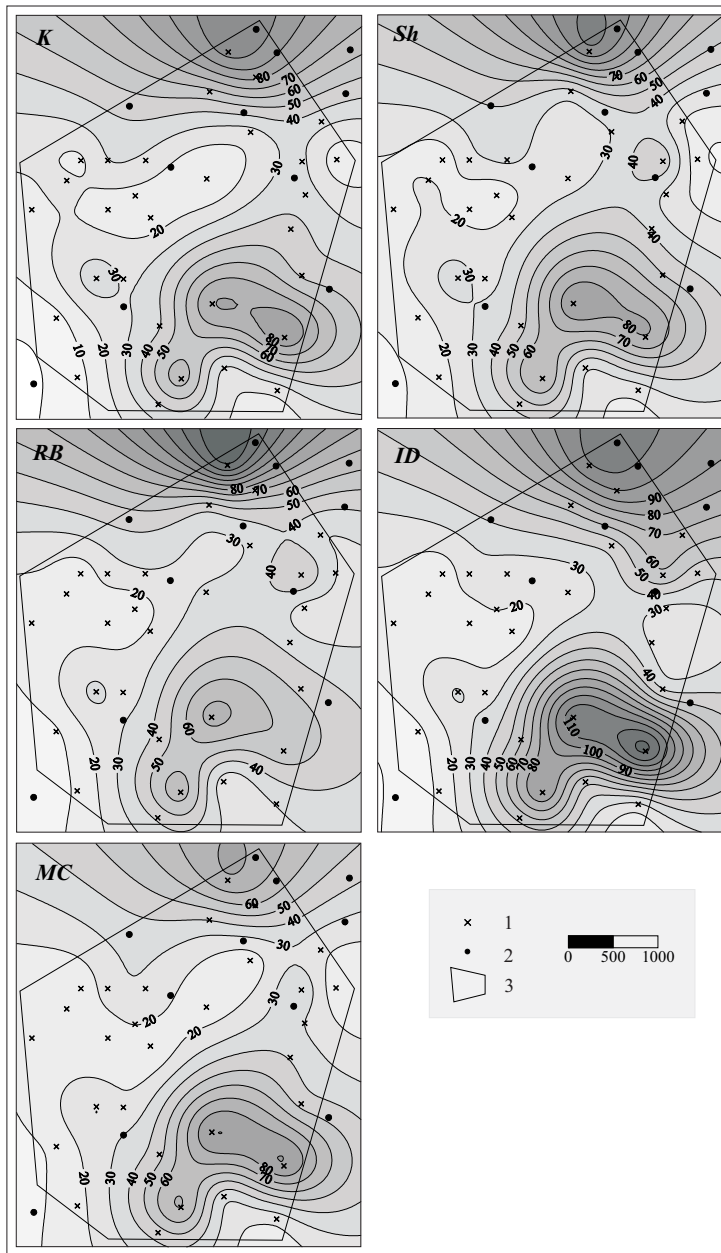


Rys. 4. Przykłady map izoliniowych względnych błędów absolutnych interpolacji zawartości siarki i popiołu w pokładach KWK Murcki (wariant II obliczeń błędów, zastosowana metoda interpolacji: kriging)

1 — punkty opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, 2 — punkty opróbowania złoża w otworach wiertniczych, 3 — fragment złoża rozpoznany wyrobiskami górniczymi

Fig. 4. Examples of contour maps of absolute relative errors of sulphur and ash contents interpolation in seams of Murcki mine (II variant of error calculation, kriging method)

1 — sampling points in mine workings, 2 — boreholes sampled, 3 — area of mining exploration



Rys. 5. Przykłady map izolinowych względnych błędów absolutnych dla analizowanych metod interpolacji zawartości siarki w pokładzie 330 (wariant II)

1 — punkty opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, 2 — punkty opróbowania złoża w otworach wiertniczych, 3 — fragment złoża rozpoznany wyrobiskami górniczymi

Fig. 5. Examples of contour maps of absolute relative errors of sulphur content interpolation in seam 330 for used interpolators (II variant of error calculation)

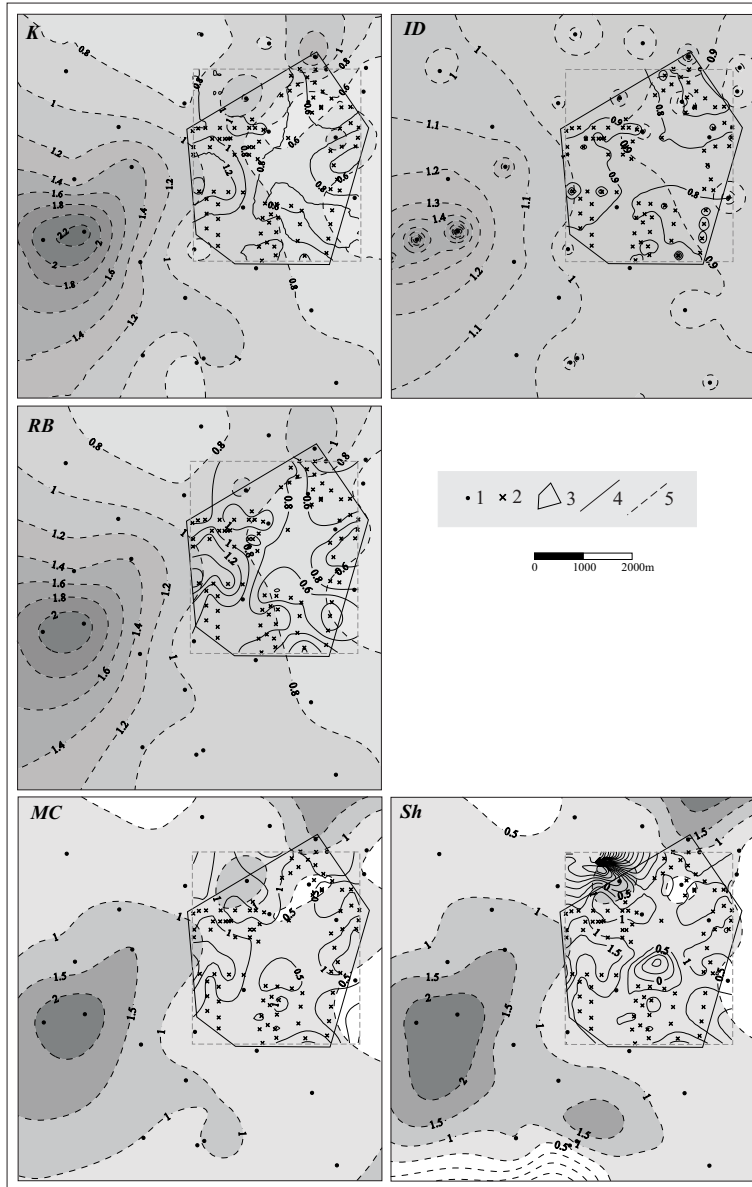
1— sampling points in mine workings, 2 — boreholes sampled, 3 — area of mining exploration

Dokonane spostrzeżenia znajdują spektakularne potwierdzenie na mapach izoliniowych zawartości siarki w pokładzie 330 sporządzonych przy zastosowaniu rozpatrywanych metod oddzielnie dla danych rozpoznania wiertniczego i górniczego (rys. 6). Na tle pokładów 334/2 i 349, pokład 330 wyróżnia się najmniejszą zmiennością i największą ciągłością (regularnością) zmian zawartości siarki i popiołu z udziałami składnika losowego w obserwowanej zmienności NE (rys. 2) wynoszącymi tylko 21% dla siarki i 12% dla popiołu. Uzyskany obraz rozmieszczenia składników winien być zatem najbardziej wiarygodny, a pomimo tego układ i przebieg izolinii dla danych rozpoznania wiertniczego i górniczego są silnie rozbieżne bez względu na rodzaj zastosowanego interpolatora. W tej sytuacji, wobec małej dokładności prognozy zawartości siarki w partiach złoża rozpoznanych górnictwo, kwestie wyboru najlepszej metody interpolacji schodzą na plan dalszy jako nie mające większego znaczenia.

Mała wiarygodność map izoliniowych zawartości siarki i popiołu w pokładach węgla kamiennego wynikająca z dużych błędów interpolacji może być tłumaczona następującymi powodami:

- dużą zmiennością tych parametrów,
- rzadką i nieregularną siecią pomiarów parametrów (dużym rozstawem otworów wiertniczych),
- dużą na ogół zmiennością lokalną parametrów (skokowymi zmianami wartości w małej skali obserwacji); na czynnik ten zwracali już uwagę Dolik, Kokesz, Nieć (1988),
- niejednorodnością rozmieszczenia składników przejawiającą się obszarowym zróżnicowaniem poziomów ich średnich wartości i w konsekwencji statystycznie istotnym zróżnicowaniem rozkładów empirycznych lub median.

Ważnym elementem wstępnego przewidywania wiarygodności map izoliniowych może być występowanie silnej korelacji między średnim absolutnym błędem względnym interpolacji ( $\bar{\epsilon}_{AR}$ ) a współczynnikiem zmienności ( $\nu$ ) dla danych stanowiących bazę interpolacji. Dla skromnego zbioru par danych  $\bar{\epsilon}_{AR}$  i  $\nu$  ustalonych dla pokładów KWK Murcki i KWK Wisła współczynniki korelacji liniowej wiążącej obie wielkości są znaczące: od 0,78 dla metody minimalnej krzywizny (MC) do 0,98 dla metody radialnych funkcji bazowych (RB). Przy założeniu, iż korelacja taka jest również znacząca dla mniejszych wartości  $\nu$ , można z równania prostej regresji oszacować górną granicę  $\nu$ , przy której średni błąd absolutny nie przekroczy dopuszczalnej wartości. Przykładowo zastosowanie jako interpolatora metody krigingu prowadzi do wyraźnej zależności korelacyjnej  $\bar{\epsilon}_{AR}$  od  $\nu$  przedstawionej w formie wykresu i równania regresji na rysunku 7. Wynika z niego, że osiągnięcie zadowalającej dokładności interpolacji ze średnim błędem absolutnym mniejszym od 25% jest możliwe, gdy współczynnik zmienności nie przekracza 25%, co odpowiada w podziale Smirnowa głównie małej lub co najwyżej dolnej części grupy umiarkowanej zmienności parametrów (Nieć 1990).

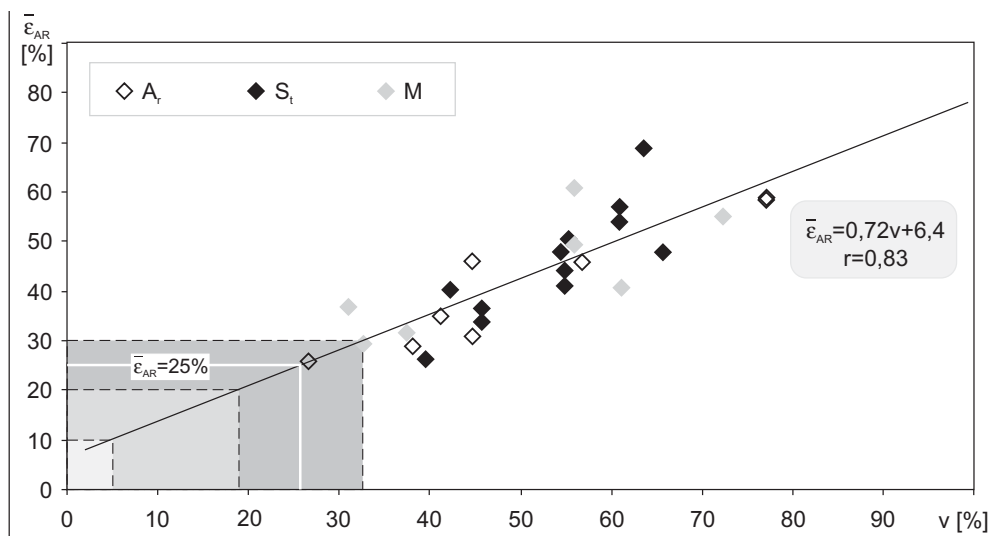


Rys. 6. Mapy izoliniowe zawartości siarki w pokładzie 330 KWK Murcki sporządzone na podstawie danych z otworów wiertniczych i wyrobisk górniczych dla analizowanych metod interpolacji

1 — punkty opróbowania złoża w otworach wiertniczych, 2 — punkty opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, 3 — fragment złoża rozpoznany wyrobiskami górniczymi, 4 — izolinie zawartości siarki dla danych rozpoznania górniczego, 5 — izolinie zawartości siarki dla danych rozpoznania wiertniczego

Fig. 6. Contour maps of sulphur content in seam 330 of Murcki mine performed on the basis of data from boreholes and mine workings for the various interpolators

1 — sampled boreholes, 2 — sampling points in mine workings, 3 — area of mining exploration, 4 — contours of sulphur content for data from mine working, 5 — contours of sulphur content for data from drill cores



Rys. 7. Zależność średniego względnego błędu absolutnego interpolacji ( $\bar{\epsilon}_{AR}$ ) od współczynnika zmienności parametru ( $v$ )

$r$  — współczynnik korelacji liniowej,  $A_r$  — zawartość popiołu,  $S_t$  — zawartość siarki,  $M$  — miąższość pokładu

Fig. 7. Dependence between mean absolute relative error of interpolation ( $\bar{\epsilon}_{AR}$ ) and coefficient of variation of parameters ( $v$ )

$r$  — coefficient of linear correlation,  $A_r$  — ash content,  $S_t$  — sulphur content,  $M$  — seam thickness

### Podsumowanie i wnioski

Wstępne rozpoznanie pokładów węgla kamiennego za pomocą otworów wiertniczych i szczegółowe rozpoznanie wykonane za pomocą wyrobisk górniczych (przygotowawczych i eksploatacyjnych) dają na ogół zdecydowanie różne obrazy rozmieszczenia zawartości siarki i popiołu. Prognoza zawartości tych składników w partiach rozpoznanych górniczo, oparta na danych rozpoznania wiertniczego, obarczona jest z reguły znaczącym błędem systematycznym i drastycznie wysokimi błędami absolutnymi interpolacji parametrów w punktach pokładów między otworami wiertniczymi, bez względu na rodzaj zastosowanego interpolatora (MC, K, Sh, ID, RB). Wskazanie lepszego interpolatora nie ma w tej sytuacji większego znaczenia praktycznego.

Podstawowymi przyczynami niskiej dokładności interpolacji są: duża zmienność badanych parametrów, zbyt rzadka i nieregularna (na potrzeby punktowej oceny zawartości siarki i popiołu) sieć otworów, słabo na ogół zaznaczona prawidłowość zmian wartości parametrów i obszarowe zróżnicowanie zawartości składników. Wstępne badania zależności regresyjnych pozwalają przypuszczać, że przy gęstości sieci otworów rzędu 1200—1500 m uzyskanie akceptowalnej dokładności interpolacji (ze średnim błędem absolutnym nie prze-

kraczącym 25%) jest możliwe, przy co najwyżej umiarkowanej zmienności parametru, charakteryzującej się współczynnikiem zmienności mniejszym od 25%.

Możliwości podwyższenia dokładności interpolacji i zarazem wiarygodności opartych na nich map izoliniowych są ograniczone. Może to być osiągnięte przez zagęszczenie sieci otworów wiertniczych lub zmianę rodzaju interpolacji. Pierwsze rozwiązanie jest nierealistyczne z uwagi na ogromne koszty przedsięwzięcia nie rekompensowane uzyskaniem nowych i istotnych informacji o budowie złoża. Drugie rozwiązanie sprowadza się do zastąpienia stosowanej interpolacji punktowej przez interpolację blokową polegającą na ocenie średnich wartości parametrów w obrębie najczęściej kwadratowych pól o założonych rozmiarach. Przyjęcie większych rozmiarów takich pól skutkuje większą dokładnością interpolacji, ale jednocześnie zmniejsza możliwość skutecznej oceny parametrów w małych parcelach. Określenie optymalnych rozmiarów pól wymaga indywidualnego przeanalizowania struktury zmienności parametrów i wielowariantowego rozpatrzenia zależności wielkości błędów od wielkości pól.

Zagadnienie to wykorzystujące geostatystyczną procedurę krigingu blokowego będzie przedmiotem odrębnego artykułu

#### LITERATURA

- Cressie N., 1993 — Statistics for spatial data. John Wiley and Sons, INC, New York.
- Deutsch C.V., Journal A.G., 1992 — GSLIB — Geostatistical software library and user's guide. Oxford University Press, New York.
- Dolik M., Kokesz Z., Nieć M., 1988 — Sens i bezsens map izolinii. Metodyka rozpoznawania i dokumentowania złóż kopalni stałych. Mat. Sem. Bierutowice, 8—10 czerwca 1988, s. 215—219, Wyd. AGH, Kraków.
- Englund E., Sparks A., 1991 — Geostatistical Environmental Assessment Software, Version 1.2.1. Las Vegas, Nevada, EPA.
- Nieć M., 1990 — Geologia kopalniana, Wyd. Geol., Warszawa.

JACEK MUCHA, MONIKA WASILEWSKA

#### ACCURACY OF INTERPOLATING OF THE SULPHUR AND ASH CONTENTS IN SELECTED SEAMS OF COAL (UPPER SILESIA COAL BASIN)

#### Key words

Coal seams, sulphur and ash contents, interpolation, errors

#### Abstract

The interpolation basis formed data originating from boreholes. Assessment of interpolation errors of sulphur and ash contents was performed in points of seams sampled in underground mine workings using 5 interpolators:



minimum curvature, inverse distance to a power, kriging, modified Shepard's method and radial basis function. It was found that regardless interpolators used the interpolation errors are very high with mean relative absolute values of 34—157% and linear correlation between predicted and real values of studied parameters is very weak. The interpolated values quite often are burdened with a systematic error. Therefore, it can be accepted that visualizing spatial distribution of the sulphur and ash contents in coal seams with contour maps prepared in the early stages of deposit exploration based on drilling data is groundless. The main reason of low accuracy of interpolation is the high variability of studied parameters and wide spacing of boreholes. Additional factors lowering the accuracy of interpolation are heterogeneous spatial distribution of sulphur and ash contents in the seams as well as significant contribution of the random component to the total variability of the parameters dealt with.