GOSPODARKA SUROWCAMI MINERALNYMI

Tom 23 2007 Zeszyt 1

MAKSYMILIAN KLANK*

Programowanie efektywnej strategii zarządzania wydobyciem węgla kamiennego w warunkach gospodarki rynkowej

Słowa kluczowe

Górnictwo węgla kamiennego, zarządzanie produkcją, programowanie dynamiczne, koszty stałe i zmienne

Streszczenie

W pracy przedstawiono wybrane aspekty budowy modelu matematycznego na potrzeby programowania efektywnej ekonomicznie strategii zarządzania wydobyciem węgla kamiennego w warunkach gospodarki rynkowej przy założeniu pełnego i terminowego zaspokojenia popytu. Model przedstawiono na uproszczonych przykładach w celu pokazania podstaw teoretycznych sposobu jego budowy.

Wprowadzenie

Górnictwo węgla kamiennego funkcjonuje w specyficznych warunkach rynkowych, które charakteryzuje m.in. sezonowość zapotrzebowania. Kopalnia jako zakład produkcyjny charakteryzuje się również określoną specyfiką. Z ekonomicznego punktu widzenia obserwujemy duży udział kosztów stałych w ogólnym koszcie produkcji. Marża pokrycia kosztów stałych jest tym mniejsza im większa jest produkcja, dlatego zdolność produkcyjna kopalni powinna być w maksymalnym stopniu wykorzystana. Innym specyficznym aspektem może być duży udział kosztów osobowych i spora zależność od uwarunkowań stymulujących te koszty. Wynikają stąd duże ograniczenia odnośnie do elastycznego reago-

* Dr, Europejskie Stowarzyszenie Węgla Kamiennego i Brunatnego Euracoal, Bruksela, Belgia.

Recenzent prof. dr hab. inż. Czesław Cyrnek

wania na zmieniające się warunki na rynku. Z technicznego punktu widzenia należałoby utrzymać rytmiczną produkcję, z pełnym wykorzystaniem posiadanego potencjału osobowego i technicznego. Również warunki geologiczno-górnicze niekiedy stymulują konieczność utrzymywania minimalnych postępów ścian. Nie w każdych warunkach można liczyć na natychmiastową sprzedaż wydobytego węgla. Aspekty te wymuszają niekiedy konieczność wydobywania i zwałowania węgla w oczekiwaniu na przyszłe zapotrzebowanie rynkowe. Szczególnie uwidacznia się to w miesiącach letnich, jednak kopalnia nie może pozwolić sobie na wakacyjną przerwę w produkcji. Istotnego znaczenia nabiera programowanie wydobycia i składowania węgla w taki sposób, aby było to racjonalne z ekonomicznego punktu widzenia i spełniało wszystkie uwarunkowania stymulujące funkcjonowanie kopalń jako zakładów produkcyjnych o szczególnej specyfice.

W niniejszej pracy podjęto próbę sformułowania podstaw teoretycznych efektywnej strategii wydobycia i składowania węgla kamiennego w warunkach ograniczeń wynikających z uwarunkowań społeczno-gospodarczych, w jakich funkcjonują obecnie polskie kopalnie węgla kamiennego. Zagadnienie sformułowano jako zadanie programowania dynamicznego.

Programowanie dynamiczne od wielu dziesięcioleci znajdowało zastosowanie do rozwiązywania problemów zarządzania strategicznego. Szczególny rozwój programowania dynamicznego datuje się od sformułowania przez Bellmana zasady optymalności (Bellman, Dreyfus 1967). Rozwijane jest nadal, o czym świadczy dość liczna literatura, a z ostatniego okresu można wymienić prace Klimy (2005), Bylka i Rempały (2003). Programowanie dynamiczne jest jednym z elementów badań operacyjnych, które doczekały się licznych opracowań, czego klasycznym przykładem może być praca Wagnera (1980).

Analiza literatury wykazała stosunkowo nieliczne zastosowania programowania dynamicznego do rozwiązywania zagadnień dotyczących polskiego górnictwa węgla kamiennego. Klasyczną pozycją literatury z tego zakresu może być praca Jaśkowskiego (1975), w której zaprezentowano metodę optymalizacji programu rozwoju branży przemysłu wydobywczego paliw, wykorzystującą w procedurze optymalizacyjnej metody algorytm programowania dynamicznego. Programowanie dynamiczne zastosowano również do wyznaczania optymalnej wielkości produkcji węgla kamiennego w Polsce w perspektywie wieloletniej, czego przykładem może być praca Tchórzewskiego (2003).

Wydaje się celowe sięgnięcie jeszcze raz do metod i modeli programowania dynamicznego, aby sformułować i zastosować w praktyce metodę programowania efektywnej strategii wydobycia i składowania węgla w warunkach gospodarki rynkowej, opartej na racjonalnym dostosowaniu wydobycia i składowania węgla do pełnego i terminowego zaspokojenia popytu.

Składowanie węgla można traktować jako tworzenie zapasów gotowej produkcji czekającej na sprzedaż w dogodnym momencie. W celu opracowania programu produkcji (w przypadku kopalń – wydobycia kopaliny użytecznej) należy uwzględnić nie tylko same możliwości wydobywcze, ale również możliwości w zakresie składowania gotowego produktu bądź też półproduktu do tworzenia mieszanek lub do dalszej przeróbki. Niekiedy kopalni będzie się opłacać wyprodukować więcej niż wymaga popyt w danym okresie i magazynować nadwyżkę aż do momentu jej wykorzystania. Oczywiście, wiązać się z tym będą określone koszty (np. składowania, ubezpieczenia, kapitału pożyczonego na sfinansowanie zapasów), ale może okazać się, że w długookresowym rozliczeniu będą one uzasadnione z ekonomicznego punktu widzenia. Sformułowanie programu wydobywczego minimalizującego ogólne koszty produkcji i przechowywania zapasów, przy założeniu pełnego i terminowego zaspokojenia popytu, można sformułować jako zadanie z obszaru dynamicznego zarządzania zapasami, które stanowi jedno z klasycznych zagadnień programowania dynamicznego i jest stosunkowo dobrze opisane w pracach z zakresu badań operacyjnych. Należy przy tym uwzględnić szczególną specyfikę, jaka charakteryzuje funkcjonowanie kopalń w aktualnych warunkach społeczno-gospodarczych polskiego górnictwa węglowego.

Poniżej zaprezentowano podstawy teoretyczne elementarnych modeli zarządzania zapasami w dostosowaniu do specyfiki funkcjonowania kopalń węgla kamiennego w Polsce.

1. Budowa podstaw modelu matematycznego

Przyjmijmy następujące oznaczenia dla pojedynczej kopalni:

X_t – wydobycie w okresie t,
S_t – popyt (sprzedaż) w okresie t,
Z_t – zapasy na koniec okresu t,
KX_t – koszty wydobycia w okresie t,
KZ_t – koszty składowania zapasów w okresie t,
KXS_t – koszty stałe wydobycia w okresie t,
kxz_t – jednostkowe koszty zmienne wydobycia w okresie t,
KZS_t – koszty stałe składowania zapasów w okresie t,
kzz_t – jednostkowe koszty zmienne składowania zapasów w okresie t,
$X\mathrm{MIN}_t$ – minimalne wydobycie kopalni w okresie t,
$X\mathrm{MAX}_t$ – maksymalna zdolność wydobywcza kopalni w okresie t,
$Z\mathrm{MAX}_t$ – maksymalna zdolność składowania zapasów w okresie t,
N – liczba okresów składających się na okres planistyczny.

1.1. Budowa modelu dla pojedynczej kopalni w okresie t (np. rok, kwartał, miesiąc) przy pominięciu zużycia własnego

Wielkość popytu (sprzedaży) w okresie t można opisać zależnością zapisaną w sposób werbalny:

[popyt (sprzedaż) w okresie t] = [wydobycie w okresie t] –
– [zapasy na koniec okresu t]

oraz wzorem:

$$S_t = X_t - Z_t$$

Wielkość popytu w okresie t można określić z prognozy, a wielkość wydobycia w okresie t można opisać wzorem:

$$X_t = S_t + Z_t$$

Popyt powinien być zaspokojony w pełni i terminowo – wynikają stąd dwa warunki ograniczające.

Pierwszy warunek ograniczający zapisany w sposób werbalny: [zapasy na koniec okresu t] = [zapasy na początku okresu t] + [wydobycie w okresie t] – [popyt (sprzedaż) w okresie t] oraz wzorem:

$$Z_t = Z_{t-1} + X_t - S_t$$

lub inaczej:

$$Z_{t-1} + X_t - Z_t = S_t$$

dla każdego okresu t, $t = 1, 2, \ldots, N$

Drugi warunek ograniczający (o zaspokojeniu popytu) można sformułować następująco: poziom zapasów na początku okresu i wielkość produkcji w danym okresie powinny być wystarczająco duże, aby zapasy na końcu okresu były wielkością nieujemną, stąd:

$$Z_t = 0, 1, 2, \ldots \text{ w każdym okresie } t, \quad t = 1, 2, \ldots, N - 1$$

Zapasy na koniec okresu planistycznego powinny być sprzedane, stąd założenie o likwidacji zapasów w końcu okresu planistycznego zapisane wzorem:

$$Z_N = 0$$

Funkcja kosztów dla okresu t może być zapisana formułą:

$$K_t\,(KX_t, KZ_t) = KX_t + KZ_t$$

Ponieważ koszty wydobycia dzielą się na stałe i zmienne względem wielkości wydobycia, stąd wynika zapis:

$$KX_t = KXS_t + kxz_t \cdot X_t$$

Koszty składowania zapasów dzielą się na stałe i zmienne względem wielkości składowanych zapasów:

$$KZ_t = KZS_t + kzz_t \cdot Z_t$$

Funkcja celu zakładająca minimalizację kosztu wydobycia i składowania zapasów może być ogólnie zapisana w następujący sposób:

$$F = \sum_{t=1}^{N} K_t(KX_t, KZ_t) \rightarrow \min$$

Ograniczenia w modelu mogą być zapisane następująco:

$$X\mathrm{MIN}_t \leq X_t \leq X\mathrm{MAX}_t$$

$$Z_t = 0, 1, 2, \ldots \qquad \text{w każdym okresie } t,\ t = 1, 2, \ldots, N-1$$

$$Z_{t-1} + X_t - Z_t = S_t \qquad \text{dla każdego okresu } t,\ t = 1, 2, \ldots, N$$

$$0 \leq Z_t \leq Z\mathrm{MAX}_t$$

Można również sformułować inną funkcję celu – np. maksymalizację wyniku finansowego ze sprzedaży.

Oznaczając dodatkowo:

C_t – średnia cena zbytu w okresie t,

P_t – przychody ze sprzedaży w okresie t,

można zapisać:

$$P_t(S_t, C_t) = S_t \cdot C_t$$

Funkcja celu w postaci maksymalizacji wyniku finansowego ze sprzedaży może być zapisana w następujący sposób:

$$F = \sum_{t=1}^{N} [P_t(S_t, C_t) - K_t(KX_t, KZ_t)] \rightarrow \max$$

Ograniczenia mogą być identyczne jak w przypadku funkcji kosztu.

1.2. Sformułowanie dynamiczne problemu

Przyjęto następujące oznaczenia:

s_n – popyt (sprzedaż) w okresie, w którym do końca horyzontu planu pozostało jeszcze n okresów,

$k_n(x,j)$ – koszt produkcji x jednostek oraz magazynowania j jednostek na końcu okresu, którego od końca horyzontu planu dzieli jeszcze n okresów.

Przy przyjętych oznaczeniach:

$$s_1 = S_N \quad \text{oraz} \quad s_n = S_1$$

$$k_1(x,j) = K_N(x,j)$$

Stan systemu produkcyjnego na początku każdego z okresów określają zapasy na początku tego okresu, a znajomość procesu, jaki doprowadził do ukształtowania się zapasów na danym poziomie nie ma wpływu na bieżące decyzje produkcyjne.

Niech:

$f_n(i)$ – wartość odpowiadająca polityce minimalnych kosztów, gdy początkowy poziom zapasów jest równy i, a do końca okresu planistycznego pozostało jeszcze n okresów,

$x_n(i)$ – wielkość produkcji odpowiadająca $f_n(i)$

Ponieważ wielkość zapasów na koniec okresu planistycznego z założenia jest równa zeru, można napisać:

$$f_n(0) = 0, \ (n = 0)$$

Etap gdy $n = 1$:

— wielkość zapasów i na początku okresu może być dowolną liczbą całkowitą z przedziału $[0,s_1]$, wielkość produkcji natomiast musi być równa $s_1 - i$ po to, aby zaspokoić cały popyt w ostatnim okresie. Wynika z tego:

$$f_1(i) = k_1(s_1 - i, 0), \qquad \text{dla} \qquad i = 0, 1, \ldots, s_1$$

Etap gdy $n = 2$:

— jeśli zapas na początku tego okresu oznaczymy przez i, a poziom produkcji przez x, to odpowiedni koszt jest równy:

$$k_2(x, i + x - s_2) + f_1(i + x - s_2),$$

przy założeniu, że zastosowaliśmy politykę optymalną dla $n = 1$.

Ilość $[i + x - s_2]$ jest równa zapasom na koniec okresu, a wielkość i może być dowolną liczbą całkowitą z przedziału $[0, s_1 + s_2]$.

Dla danego i całkowitoliczbowa wielkość produkcji musi być co najmniej równa $s_2 - i$, aby zaspokoić popyt w danym okresie, ale nie większa od $s_1 + s_2 - i$, ponieważ zapas w końcu horyzontu planu musi być równy 0. Optymalną wielkością x jest produkcja minimalizująca powyższą sumę.

Dla $n = 2$ można więc napisać:

$$f_2(i) = \min_x [k_2(x,\ i + x - s_2) + f_1(i + x - s_2)],$$

gdzie:

$i = 0, 1, \ldots, s_1 + s_2$, a minimalizujemy po wielkościach x z przedziału $[s_2 - i, s_1 + s_2 - i]$.

Ogólna postać zależności rekurencyjnej jest następująca:

$$f_n(i) = \min_x [k_n(x,\ i + x - s_n) + f_{n-1}(i + x - s_n)],$$

gdzie:

$i = 0, 1, \ldots, s_1 + s_2 + \ldots + s_n$, a minimalizujemy po wielkościach x z przedziału $[s_n - i, s_1 + s_2 + \ldots + s_n - i]$.

2. Budowa modelu dla pojedynczej kopalni w okresie *t* (np. rok, kwartał, miesiąc) dla nieograniczonego horyzontu czasowego

Zmienną decyzyjną jest zmienna wielkość produkcji $[x]$, o której zakładamy, że jest nieujemną liczbą całkowitą.

Oznaczamy:

$KX(x)$ – odpowiednia funkcja kosztów produkcji w każdym okresie,

$KZ(z)$ – funkcja kosztów przechowywania zapasów, gdzie z oznacza poziom zapasów na koniec okresu.

Zakładamy, że wielkość popytu jest stała we wszystkich okresach i jest równa S (S jest liczbą całkowitą dodatnią), oraz że cały popyt musi być zaspokojony bez opóźnień.

Jednookresowy współczynnik dyskonta (Wagner 1980) wynosi α, gdzie $0 \le \alpha < 1$.

Zdefiniujemy:

$f_n(i)$ = [obecna wartość optymalnej polityki produkcyjnej, gdy początkowe zapasy są równe i oraz do końca pozostało n okresów].

Przy powyższych założeniach zależność rekurencyjna programowania dynamicznego dla modelu o skończonym horyzoncie ma postać:

$$f_n(i) = \min_x [KX(x) + KZ(i + x - S) + \alpha f_{n-1}(i + x - S)],$$

gdzie wyrażenie w nawiasach minimalizujemy po wszystkich nieujemnych wartościach całkowitych $x \geq S - i$.

Odpowiednikiem powyższego wzoru dla przypadku nieograniczonego horyzontu jest:

$$f(i) = \min_{x}[KX(x) + KZ(i + x - S) + \alpha f(i + x - S)], \ (0 \leq \alpha < 1)$$

W tym przypadku $f(i)$ możemy interpretować jako obecną wartość polityki optymalnej w nieograniczonym horyzoncie przy założeniu, że poziom początkowych zapasów w bieżącym okresie jest równy i.

Równanie to jest nazywane równaniem ekstremalnym. Można tu przytoczyć twierdzenie o polityce stacjonarnej (Wagner 1980): „zawsze istnieje skończona wartość y_i, spełniająca równanie ekstremalne, a odpowiadająca jej polityka stacjonarna jest polityką optymalną w klasie wszystkich możliwych polityk".

3. Uogólnienie problemu na wielozakładowe przedsiębiorstwo górnicze

Przyjęto następujące oznaczenia:

k – indeks kopalni w wielozakładowym przedsiębiorstwie górniczym, $k = 1, 2, \ldots, K$,
K – liczba kopalń w wielozakładowym przedsiębiorstwie górniczym,
$X_{k,t}$ – wydobycie k-tej kopalni w okresie t,
$S_{k,t}$ – popyt (sprzedaż) k-tej kopalni w okresie t,
$Z_{k,t}$ – zapasy k-tej kopalni na koniec okresu t,
$KX_{k,t}$ – koszty wydobycia k-tej kopalni w okresie t,
$KZ_{k,t}$ – koszty składowania zapasów k-tej kopalni w okresie t,
$KXS_{k,t}$ – koszty stałe wydobycia k-tej kopalni w okresie t,
$kxz_{k,t}$ – jednostkowe koszty zmienne wydobycia k-tej kopalni w okresie t,
$KZS_{k,t}$ – koszty stałe składowania zapasów k-tej kopalni w okresie t,
$kzz_{k,t}$ – jednostkowe koszty zmienne składowania zapasów k-tej kopalni w okresie t,
$XMIN_{k,t}$ – minimalne wydobycie k-tej kopalni w okresie t,
$XMAX_{k,t}$ – maksymalna zdolność wydobywcza k-tej kopalni w okresie t,
$ZMAX_{k,t}$ – maksymalna zdolność składowania zapasów k-tej kopalni w okresie t,
N – liczba okresów składających się na okres planistyczny.

Wielkość popytu (sprzedaży) k-tej kopalni w okresie t można opisać zależnością:

$$S_{k,t} = X_{k,t} - Z_{k,t}$$

Wielkość popytu k-tej kopalni w okresie t może wynikać z prognozy, a wielkość wydobycia k-tej kopalni w okresie t można opisać wzorem:

$$X_{k,t} = S_{k,t} + Z_{k,t}$$

Popyt powinien być zaspokojony w pełni i terminowo – wynikają stąd dwa warunki ograniczające.

Pierwszy warunek ograniczający:

$$Z_{k,t} = Z_{k,t-1} + X_{k,t} - S_{k,t}$$

lub inaczej:

$$Z_{k,t-1} + X_{k,t} - Z_{k,t} = S_{k,t}$$

dla każdego okresu t, $t = 1, 2, \ldots, N$

Drugi warunek ograniczający (o zaspokojeniu popytu): poziom zapasów na początku okresu i wielkość produkcji w danym okresie powinny być wystarczająco duże, aby zapasy na końcu okresu były wielkością nieujemną:

$$Z_{k,t} = 0, 1, 2, \ldots \text{ w każdym okresie } t,\ t = 1, 2, \ldots, N-1$$

Założenie o likwidacji zapasów w końcu okresu planistycznego (w przypadku deterministycznym) może być zapisane następująco: $Z_{k,N} = 0$

Funkcja kosztów k-tej kopalni dla okresu t posiada ogólną postać:

$$K_{k,t}(KX_{k,t}, KZ_{k,t}) = KX_{k,t} + KZ_{k,t}$$

Koszty wydobycia k-tej kopalni dzielą się na stałe i zmienne:

$$KX_{k,t} = KXS_{k,t} + kxz_{k,t} \cdot X_{k,t}$$

Koszty składowania zapasów k-tej kopalni dzielą się na stałe i zmienne:

$$KZ_{k,t} = KZS_{k,t} + kzz_{k,t} \cdot Z_{k,t}$$

Funkcja celu 1 – minimalizacja funkcji kosztów wydobycia i składowania zapasów w wielozakładowym przedsiębiorstwie górniczym:

$$F = \sum_{t=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} K_{k,t}(KX_{k,t}, KZ_{k,t}) \to \min$$

Ograniczenia:

$$XMIN_{k,t} \le X_{k,t} \le XMAX_{k,t}$$

$Z_{k,t} = 0, 1, 2, \ldots$ w każdym okresie t, $t = 1, 2, \ldots, N–1$
$Z_{k,t–1} + X_{k,t} – Z_{k,t} = S_{k,t}$ dla każdego okresu t, $t = 1, 2, \ldots, N$

$$0 \le Z_{k,t} \le ZMAX_{k,t}$$

Funkcja celu 2 – maksymalizacja wyniku finansowego ze sprzedaży z uwzględnieniem kosztów składowania zapasów w wielozakładowym przedsiębiorstwie górniczym:

$$F = \sum_{t=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} [P_{k,t}(S_{k,t}, C_{k,t}) - K_{k,t}(KX_{k,t}, KZ_{k,t})] \to \max$$

Ograniczenia identyczne jak w przypadku funkcji celu 1.

Ogólny algorytm metody w przypadku wielozakładowego przedsiębiorstwa górniczego można podzielić na następujące etapy:

1. Wczytanie danych o kopalniach.
2. Określenie wielkości kosztów stałych i zmiennych wydobycia oraz składowania zapasów.
3. Przyjęcie prognozy zapotrzebowania na węgiel dla horyzontu planistycznego.
4. Utworzenie tablicy wariantów funkcjonowania kopalń z uwzględnieniem przedziałów dopuszczalnego wydobycia i możliwości składowania zapasów.
5. Optymalizacja zgodnie z przyjętym kryterium i ograniczeniami, z wykorzystaniem algorytmu programowania dynamicznego.
6. Wydruk i interpretacja wyników obliczeń oraz sformułowanie wniosków.

Podsumowanie

W pracy zaprezentowano wybrane aspekty budowy modelu matematycznego na potrzeby programowania efektywnej ekonomicznie strategii wydobycia i składowania węgla kamiennego w warunkach gospodarki rynkowej, przy założeniu pełnego i terminowego zaspokojenia popytu. Model przedstawiono na uproszczonych przykładach w celu pokazania jego podstaw teoretycznych, w praktyce jest on jednak bardziej złożony. Szczególnego wymiaru nabiera aspekt niepewności i ryzyka związany z losowym charakterem przyszłego popytu. Model rozwijany jest w kierunku stochastycznego ujęcia, jak również w kierunku oprogramowania i zaprezentowania wyników praktycznych obliczeń. Badania na podjętą problematyką są kontynuowane.

LITERATURA

Bellman R., Dreyfus, 1967 – Programowanie dynamiczne. PWN, Warszawa.
Klima G., 2005 – Programowanie dynamiczne i modele rekursywne w ekonomii. Materiały i Studia NBP, Warszawa.
Bylka St., Rempała R., 2003 – Wybrane zagadnienia matematycznej teorii zapasów. Wydawnictwo EXIT, Warszawa.
Jaśkowski A., 1975 – Metoda optymalizacji programu pozyskania paliw pierwotnych. Zeszyty Naukowe AGH, Kraków.
Tchórzewski S., 2003 – Metoda wyznaczania optymalnej wielkości produkcji węgla kamiennego w Polsce w perspektywie wieloletniej. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice.
Wagner H., 1980 – Badania operacyjne. PWE, Warszawa.

MAKSYMILIAN KLANK

PROGRAMMING OF ECONOMICALLY EFFECTIVE MANAGEMENT STRATEGY OF HARD COAL PRODUCTION IN THE MARKET ECONOMY CONDITIONS

Key words

Hard coal mining, production management, dynamic programming, fixed and variable costs

Abstract

In the paper there are presented selected aspects of mathematical modeling assigned for programming economically effective management strategy of hard coal production in the market economy conditions, with an assumption of full and prompt demand covering. The model is described on simplified examples showing a basic idea of its construction.