

PIOTR SAŁUGA*

Wycena projektu górniczego z opcjami równoległymi

Wprowadzenie

Podstawową kwestią, którą musi rozstrzygnąć każdy inwestor jest dylemat: „zainwestować, czy nie?” Kryterium decyzyjne w tradycyjnej teorii finansów realizowane jest w następujący sposób:

- 1) kalkuluje się wartość zaktualizowaną oczekiwanych dochodów, generowanych przez rozważane przedsięwzięcie,
- 2) oblicza się wartość dzisiejszą strumienia nakładów inwestycyjnych,
- 3) sprawdza się, czy różnica powyższych wartości, czyli wartość zaktualizowana netto NPV, jest większa od zera; w przypadku odpowiedzi pozytywnej, podejmuje się decyzję o rozpoczęciu inwestycji.

Ponadto, teoria klasyczna mówi, że przedsiębiorstwa powinny wchodzić na rynek lub zwiększać skalę produkcji, gdy cena przewyższa długoterminowe jednostkowe koszty operacyjne oraz wychodzić z rynku lub zmniejszać skalę przedsięwzięć, gdy cena spada poniżej kosztów produkcji.

Okazje inwestycyjne przedsiębiorstw wynikają głównie z zasobów ich kadr kierowniczych, poziomu wiedzy technicznej, *know-how*, renomy spółki, pozycji rynkowej, marki oraz możliwości produkcyjnych. Te ostatnie mogą być kreowane w czasie i pozwalają jej podejmować przedsięwzięcia, których nie są w stanie realizować inne firmy czy osoby. W górnictwie ich źródłem są m. in. koncesje i prawa własności.

Należy podkreślić, że stosowana powszechnie w procesach oceny ekonomicznej analiza zdyskontowanych przepływów pieniężnych (DCF) zajmuje się wyłącznie oczekiwanymi

* Dr inż., Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków;
e-mail: psaluga@min-pan.krakow.pl

przepływami pieniężnymi, które z uwagi na założenie niezmienności ryzyka w ciągu całego okresu istnienia przedsięwzięcia, dyskontowane są zwykle stałą stopą procentową (Saługa 2000, 2006).

Jest faktem powszechnie znanym, że analiza DCF w sposób systematyczny zaniża wartość projektów. Metoda przyjmuje, że o ile NPV projektu jest dodatnia, należy podjąć jego realizację z założeniem, że przedsięwzięcie zrealizowane zostanie według pojedynczego, oczekiwanego scenariusza zdarzeń, przy określonych poziomach produkcji, cen i kosztów. W rzeczywistości przedsiębiorstwa w większości przypadków dysponują możliwością odkładania inwestycji; z biegiem czasu ciągle zmieniają bądź korygują podjęte decyzje inwestycyjne. Możliwości te, nazywane opcjami rzeczowymi, nie są wyceniane.

Projekty rzeczywiste obejmują zbiory takich opcji; ich wartości mogą na siebie wzajemnie oddziaływać. Istnienie występujących po sobie opcji sekwencyjnych może istotnie zmienić wartość projektu; wykonanie wcześniejszych opcji może zmodyfikować walor bazowy, a tym samym wartość następujących opcji na nim określonych.

Metodą, która pozwala na określenie ich wartości jest analiza opcji rzeczowych (*real options valuation*, ROV lub *real options analysis*, ROA). Wyniki uzyskiwane z jej wykorzystaniem (np. Dixit, Pindyck 1994) pokazują, że koszt utraconych korzyści może być znaczny, zatem ignorowanie jego wartości może prowadzić do popełniania istotnych błędów. Koszt ten jest wysoce wrażliwy na niepewność związaną z przyszłą wartością projektu – zmieniające się warunki ekonomiczne oddziałujące na postrzegane ryzyko przyszłych przepływów pieniężnych mogą mieć istotny wpływ na ponoszone nakłady – nawet większy niż zmiany stóp procentowych.

Analiza ROV dostarcza podpowiedzi na dzisiaj, jaki jest najlepszy moment rozpoczęcia realizacji projektu i określa wartość przywileju odłożenia przedsięwzięcia w czasie bez udzielenia odpowiedzi na pytanie: „kiedy?”. Metoda wyceny opcji rzeczowych sprowadza więc skomplikowany problem wyboru pomiędzy różnymi alternatywami do pojedynczej liczby (wartości opcji), która wyraża wartość elastyczności tego wyboru uwarunkowaną stanem natury w danym momencie przeszłości. Strategiczna wartość przedsięwzięcia otrzymywana w wyniku analizy ROV zawsze przekracza poziom NPV uzyskanej z klasycznej analizy DCF o wartość elastyczności, która wynika z możliwości odroczenia inwestycji oraz modyfikowania przyjętych pierwotnie strategii operacyjnych.

Z biegiem czasu pokazano, że analiza opcji rzeczowych ROA nie stoi w sprzeczności z klasyczną analizą DCF i że ta druga stanowi specjalny przypadek pierwszej (Saługa, Dzieża, Kicki 2002).

Większość opracowań z zakresu ROA koncentruje się na analizie pojedynczych opcji. W świecie rzeczywistym wartość elastyczności związana jest jednak z szeregiem opcji. Należy stwierdzić, że wartości poszczególnych opcji wbudowanych w przedsięwzięcie nie dodają się, tak więc istotne znaczenie może mieć jednak zakres interakcji pomiędzy nimi. Kombinowana wartość dwóch lub więcej opcji jest różna od sumy wartości opcji liczonych osobno.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie metodyki kalkulacji opcji występujących równolegle: opcji rozszerzenia i zmniejszenia skali przedsięwzięcia oraz opcji likwidacji w modelu iloczynowego drzewa dwumianowego.

1. Założenie MAD (*Marketed Asset Disclaimer*)

Algorytm metody wyceny opcji jest pozornie prosty. Wystarczy zbudować stochastyczny model zmian instrumentu podstawowego, na którym są określone opcje, zidentyfikować jego walor bliźniaczy, a następnie skonstruować portfel replikujący wypłaty z instrumentu bazowego i opcji, umożliwiającą przeprowadzenie jej wyceny w warunkach braku arbitrażu i neutralności względem ryzyka.

Podstawowym wymogiem, pozwalającym na zrealizowanie poprawnej wyceny opcji rzeczowych jest zatem konieczność występowania w obrocie rynkowym instrumentu finansowego doskonale skorelowanego z wycenianym przedsięwzięciem – tzw. waloru bliźniaczego (Cox, Ross 1976; Brennan, Schwartz 1985; Copeland, Koller, Murrin 1994; Amram, Kulatilaka 1999). Jego istnienie pozwala na skonstruowanie, wraz z pożyczonymi papierami „wolnymi od ryzyka”, dynamicznego portfela replikującego wypłaty z ocenianego projektu w jakimkolwiek stanie natury, co – w konsekwencji – umożliwia wycenę w warunkach braku arbitrażu i neutralności względem ryzyka.

Istnienie waloru bliźniaczego jest kluczowym warunkiem formalnym wyceny opcji. W praktyce oznacza to konieczność zidentyfikowania występujących w obrocie publicznym instrumentów finansowych, których wypłaty są doskonale skorelowane z wypłatami z wycenianych aktywów.

W porównaniu z innymi gałęziami przemysłu, na giełdach notowana jest stosunkowo duża ilość aktywów geologiczno-górnictwowych; jednak – z uwagi na trudny dostęp do danych empirycznych i specyfikę branży (wyjątkowość złóż, niepowtarzalność ich budowy geologicznej, podejmowanie rozmaitych projektów na różnych etapach działalności) – zidentyfikowanie aktywów doskonale skorelowanych z wycenianym przedsięwzięciem w każdym stanie okresu jego istnienia, jest praktycznie niemożliwe. Przyjmowanie założenia, że dane przedsięwzięcie rzeczowe może być doskonale skorelowane z jakimiś instrumentami finansowymi wydaje się więc nieracjonalne (Borison 2005). Brealey, Myers (2000) twierdzą wprost, że skoro w większości przypadków aktywa rzeczowe nie mają swych – notowanych na rynku – bliźniaczych odpowiedników, ich wycena z wykorzystaniem algorytmów teorii opcji nie jest możliwa.

W związku z powyższym, istotnym przełomem w metodyce wyceny opcji rzeczowych stało się przyjęcie założenia o odrzuceniu wymogu istnienia występującego w obrocie rynkowym instrumentu bliźniaczego (*marketed asset disclaimer*, MAD) i stanowiącego, że walorem tym jest wyceniany projekt *per se* – bez elastyczności (Copeland, Antikarov 2001). Założenie to, promowane również w pracach innych klasyków teorii opcji rzeczowych (jak np. Trigeorgis 1999; Brealey, Myers 2000; Copeland, Koller, Murrin 2000; Trigeorgis, Mason 1987) zyskuje coraz większą liczbę zwolenników.

Promotorzy doktryny MAD, uznając słusznie, że zidentyfikowanie waloru bliźniaczego przedsięwzięcia rzeczowego jest praktycznie niemożliwe, odrzucają ten wymóg argumentując, że najlepiej skorelowany z wycenianym projektem jest ten sam projekt. W konsekwencji, za jego instrument bazowy przyjmują „statyczną” NPV projektu (a właściwie wartość bieżącą przepływów pieniężnych brutto, PV), uznając, że stosowanie tego miernika jako dobrego estymatora wartości rynkowej jest uzasadnione ze względu na jego korelację z wartością rynkową. NPV, jako walor podstawowy opcji rzeczowej, stanowi więc – w myśl propagatorów MAD – najlepsze neutralne oszacowanie wartości projektu, która wystąpiłaby, gdyby projekt był w publicznym obrocie. Stąd również wartość opcji skonstruowanej na tym walorze jest najlepszym neutralnym oszacowaniem wartości rynkowej opcji, gdyby ta mogła być instrumentem w obrocie. Mając tak określony – i modelowany pierwotnie – walor podstawowy jedynymi danymi rynkowymi, które niezbędne są do przeprowadzenia wyceny, są informacje na temat stóp „wolnych od ryzyka”.

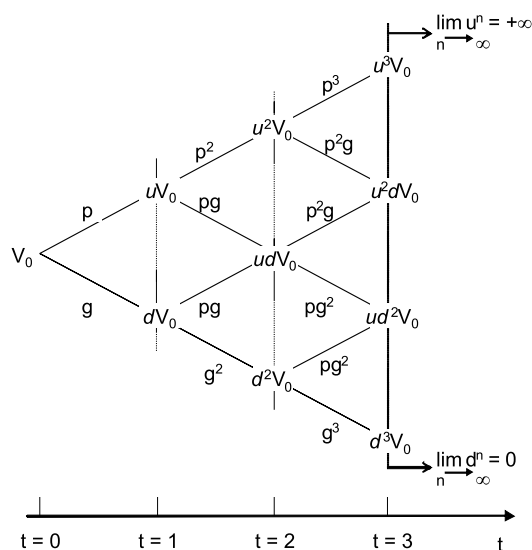
2. Wycena opcji w podejściu drzewa dwumianowego Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR)

W przeciągu dekad dopracowano się szeregu podejść i metod wyceny opcji. Do najbardziej popularnych należą techniki, które pozwalają na dyskretną aproksymację ciągłego procesu bazowego (modele kratownicowe – *lattice models*). Modele konstruowane na bazie kratownic są – głównie z uwagi na możliwość wyceny pojedynczych i złożonych opcji typu amerykańskiego – szczególnie użyteczne w procesie wyceny projektów rzeczowych (Trigeorgis 1996).

Dzięki prostocie algorytmu i intuicyjnemu charakterowi modele te są w stosunkowo prosty sposób adaptowane w popularnych arkuszach kalkulacyjnych. Najbardziej znanym przypadkiem w tej grupie jest model drzewa dwumianowego (dwustanowego), opracowany przez Coxa, Rossa i Rubinsteina (1979), stanowiący dyskretne przybliżenie logarytmiczno-normalnego procesu dyfuzji opisującego zmiany cen akcji. Model ten stanowi istotne uproszczenie procesu wyceny opcji.

Dwumianowy model wyceny zakłada, że wartość instrumentu podstawowego V zmienia się w taki sposób, że w każdej chwili może podążyć tylko w kierunku jednego z dwóch możliwych stanów – w górę ($u > 1$, z prawdopodobieństwem p), lub w dół ($d < 1$, z prawdopodobieństwem $g = 1 - p$), osiągając jeden z poziomów: uV lub dV (rys. 1). Wartości w skrajnej górnej gałęzi drzewa zmierzają do plus nieskończoności, a w gałęzi skrajnej dolnej – do zera.

Kratownica dwumianowa reprezentuje zatem drzewo prawdopodobieństwa obejmujące binarne gałęzie szans, charakteryzujące się tą wyjątkową właściwością, że wynik uzyskany wskutek podążania ścieżką zmian aktywów w górę, a następnie w dół, jest taki sam, jak wskutek poruszania się drogą alternatywną – w dół, a następnie w górę. Istnieje zatem wiele ścieżek prowadzących do tych samych rezultatów, co znacząco redukuje liczbę węzłów



Rys. 1. Iloczynowy (geometryczny) proces dwumianowy

Fig. 1. Multiplicative binomial process

kratownicy. Drzewo prawdopodobieństwa o takich właściwościach nazywane jest drzewem rekombinującym się.

Parametry u oraz d , opisując zachowanie się instrumentu bazowego w czasie, są tym samym determinantami jego zmienności. Oryginalny model Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR) zakłada, że iloczyn $ud = 1$, a więc $u = 1/d$. W schemacie CCR:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (1)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (2)$$

natomiast prawdopodobieństwo neutralne względem ryzyka:

$$p = \frac{e^{r_f \Delta t} - d}{u - d} \quad (3)$$

gdzie:

- u, d – odpowiednio: parametr wzrostów i spadków w procesie,
- r_f – stopa „wolna od ryzyka”,
- σ – zmienność instrumentu bazowego,
- Δt – przedział czasu.

Z uwagi na fakt, że $ud = 1$ drzewo, CRR jest drzewem symetrycznym, rekombinującym się.

PODEJŚCIE PORTFELA REPLIKUJĄCEGO	PODEJŚCIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA NEUTRALNEGO WZGLĘDEM RYZYKA
Ilość jednostek instrumentu bliźniaczego: $m = \frac{ROV_u - ROV_d}{V_u - V_d}$	Wskaźniki wzrostu i spadków: $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; d = \frac{1}{u}$
Ilość jednostek papierów „wolnych od ryzyka” $B = \frac{V_d ROV_u - V_u ROV_d}{(V_u - V_d)e^{r_f \Delta t}}$	Prawdopodobieństwo martyngałowe: $p = \frac{e^{r_f \Delta t} - d}{u - d}$
Wartość opcyjna $ROV_0 = mV_0 - B$	Wartość opcyjna: $ROV_0 = \frac{p(ROV_u) + (1-p)ROV_d}{e^{r_f \Delta t}}$

Rys. 2. Rozwiązania drzewa opcyjnego w dwumianowym modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina (1979) dla oprocentowania ciągłego

Fig. 2. One-step solutions of the option tree in the Cox-Ross-Rubinstein binomial model (1979) for discrete and continuous compounding

Opisany jak powyżej model stanowi aproksymację geometrycznego ruchu Browna i nazywany jest dwumianowym procesem iloczynowym, multiplikatywnym lub geometrycznym (*multiplicative stochastic process, geometric process*). Rozkład wartości końcowych instrumentu bazowego w takim modelu o parametrach (u, d, p, r_f) w granicy, gdy $\Delta t \rightarrow 0$, stanowi przybliżenie rozkładu logarytmiczno-normalnego o parametrach (σ, r_f) .

Sposób wyceny opcji w modelu drzewa dwumianowego w podejściach:

- 1) portfela replikującego oraz
 - 2) prawdopodobieństwa neutralnego względem ryzyka,
- przedstawiono na rysunku 2.

3. Wycena projektu z kombinacją opcji: zwiększenia skali projektu, zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji oraz likwidacji przedsięwzięcia w modelu dwuokresowym

Kopalnia węgla kamiennego Providence S.A., o aktualnej wartości na poziomie 120 mln USD, ma w dyspozycji w ciągu dwóch lat następujące opcje działania:

- a) rozszerzenia skali projektu o 65%, z ceną wykonania $K_E = 90$ mln USD, obejmującą koszty uzbrojenia i wyposażenia nowej ściany wydobywczej,
- b) zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji o 50%, z ceną wykonania $K_R = 50$ mln USD, obejmującą likwidację jednego przodka wydobywczego i sprzedaż będących na jego wyposażeniu maszyn i urządzeń,
- c) likwidacji przedsięwzięcia, z kosztem wykonania $K_L = 80$ mln USD.

Parametry wymienionych opcji przedstawiono w tabeli 1.

Zarząd kopalni w celu otrzymania informacji na temat wartości poszczególnych opcji oraz przedsięwzięcia zdecydował się na zrealizowanie oceny ekonomicznej z wykorzystaniem analizy opcji rzeczowych.

TABELA 1

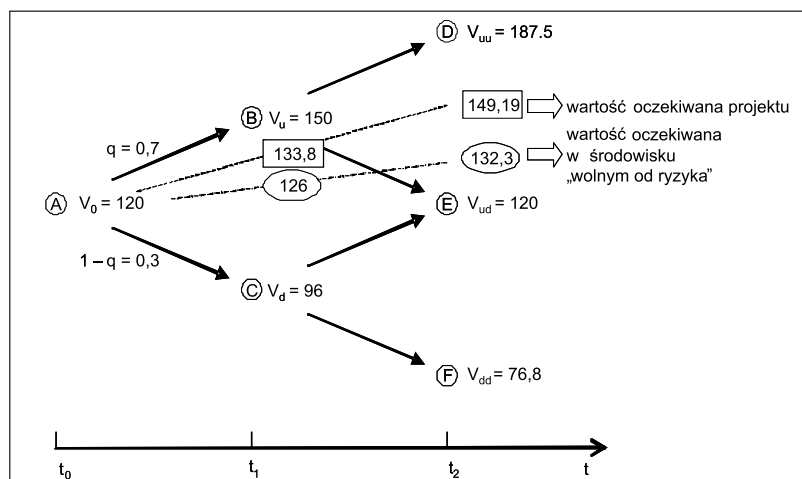
Opcje rzeczowe przedsięwzięcia Providence

TABLE 1

Real options of the Providence project

Nazwa opcji	Typ opcji	Czas życia opcji [lata]	Cena wykonania, K [mln USD]	Równanie końcowe
Opcja rozszerzenia skali projektu (o $x\%$)	amerykańska opcja kupna	2	90	$\max[V; (1 + x)V - KE]$
Opcja zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji (o $y\%$)	amerykańska opcja sprzedaży	2	50	$\max[V; yV + KR]$
Opcja likwidacji przedsięwzięcia	amerykańska opcja sprzedaży	2	80	$\max[V; KL]$

Ze względu na brak korelacji najważniejszych parametrów projektów z rynkiem przyjęto, zgodnie z założeniem MAD, że instrumentem pierwotnym wymienionych opcji jest wartość bieżąca projektu brutto (*gross present value*, PV). Skonsolidowaną zmienność wartości PV przedsiębiorstwa oszacowano – z zastosowaniem podejścia logarytmicznych stóp zwrotu z wartości bieżącej (z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo) – na poziomie 22,3%. W związku z powyższym mnożnik wzrostów $u = 1,25$ (wartość w kroku rośnie o 25%), natomiast mnożnik spadków: $d = 1/1,25 = 0,8$ (wartość maleje w kroku o 20%) (rys. 3). Zaprezentowany rysunek przedstawia ponadto zmiany wartości oczekiwanej projektu w warunkach występowania ryzyka oraz w środowisku „wolnym od ryzyka”. Stopę „wolną od ryzyka” przyjęto na poziomie 5%, a stopę „dostosowaną do ryzyka” – 11,5%.



q – prawdopodobieństwo obiektywne wzrostu

Rys. 3. Zmiany wartości instrumentu bazowego w czasie (opr. własne)

Fig. 3. Changes in value of the underlying instrument with time (own study)

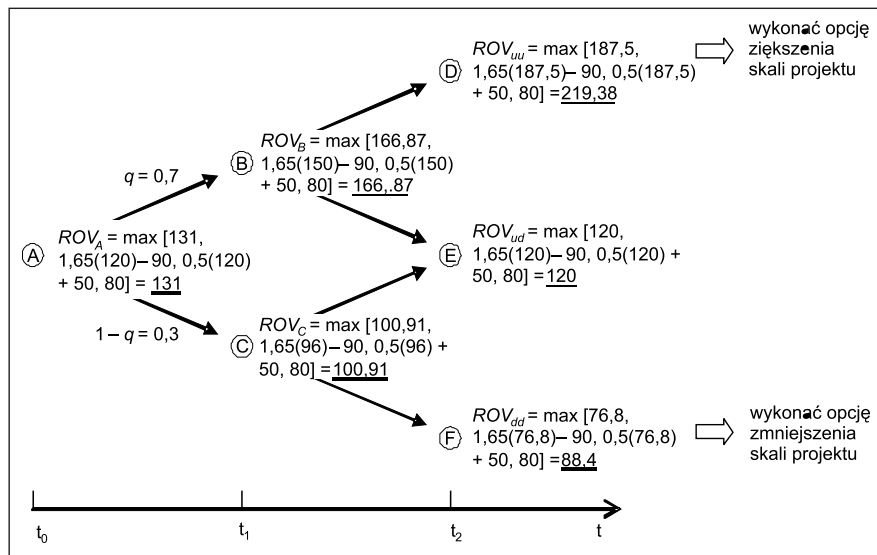
TABELA 2

Przedsięwzięcie Providence: wypłaty z projektu i kombinacji opcji zwiększenia skali projektu, zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji i likwidacji przedsięwzięcia (opr. własne)

TABLE 2

The Providence project: payouts for both project with flexibility and combination of options to-expand, to-contract and to-abandon (own study)

Węzeł	Wypłata (ROV) [mln USD]	Wartość projektu bez elastyczności [mln USD]	Wypłata (OP) [mln USD]
D	$\max(V_{uu}, 1,65 \cdot V_{uu} - K_E, 0,5 \cdot V_{uu} + K_Z, K_L) = \max[187,5, 1,65(187,5) - 90, 0,5(187,5) + 50, 80] = 219,38$	187,5	$\max\{0, [(1,65 \cdot V_{uu} - K_E) - V_{uu}], [(0,5 \cdot V_{uu} + K_Z) - V_{uu}], [K_L - V_{uu}]\} = \max(0, 219,38 - 187,5, 143,75 - 187,5, 80 - 187,5) = 16,87$
E	$\max(V_{ud}, 1,65 \cdot V_{ud} - K_E, 0,5 \cdot V_{ud} + K_Z, K_L) = \max[120, 1,65(120) - 90, 0,5(120) + 50, 80] = 120$	120,0	$\max\{0, [1,65 \cdot V_{ud} - K_E) - V_{ud}], [(0,5 \cdot V_{ud} + K_Z) - V_{ud}], [K_L - V_{ud}]\} = \max(0, 108 - 120, 110 - 120, 80 - 120) = 0$
F	$\max(V_{dd}, 1,65 \cdot V_{dd} - K_E, 0,5 \cdot V_{dd} + K_Z, K_L) = \max[76,8, 1,65(76,8) - 90, 0,5(76,8) + 50, 80] = 88,4$	76,8	$\max\{0, [1,65 \cdot V_{dd} - K_E) - V_{dd}], [(0,5 \cdot V_{dd} + K_Z) - V_{dd}], [K_L - V_{dd}]\} = \max(0, 36,72 - 76,8, 0, 88,4 - 76,8, 80 - 76,8) = 11,6$



Rys. 4. Wycena wartości opcyjnej (ROV_0) w modelu z kombinacją opcji zwiększenia skali projektu, zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji oraz likwidacji przedsięwzięcia (opr. własne)

Fig. 4. Valuation of the Providence project with combination of options to-expand, to-contract and to-abandon (own study)

Wyплаты z projektu (ROV) oraz kombinacji wymienionych wykluczających się opcji (OP) zaprezentowano w tabeli 2. Określenie wartości przedsięwzięcia, z przedstawieniem kryteriów decyzyjnych, pokazano na rysunku 4. Tabela 3 obejmuje wycenę projektu i elastyczności decyzyjnej:

- 1) w podejściu portfela replikującego,
- 2) w modelu neutralności względem ryzyka.

W każdym z węzłów drzewa następuje optymalizacja decyzji inwestycyjnej.

Obliczone wartości poszczególnych opcji przedstawiają się następująco:

- A – opcja zwiększenia skali projektu – 8,82 mln USD,
- B – opcja zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji – 2,08 mln USD,
- C – opcja likwidacji przedsięwzięcia – 0,57 mln USD.

Suma wartości wszystkich wymienionych opcji kształtuje się na poziomie 11,57 mln USD. Wartość projektu obejmującego ich kombinację wynosi 11,00 mln USD – jest więc o 0,57 mln USD niższa od ich sumy algebraicznej. Różnica stanowi dokładnie wartość opcji likwidacji – można więc wyciągnąć wniosek, że w modelu kombinacji wymienionych trzech walorów opcja likwidacji jest bezwartościowa; jest ona zdominowana przez pozostałe dwa walory i w żadnym stanie projektu nie opłaca się jej realizować.

Podsumowanie

Podstawową metodą wyceny aktywów rzeczowych jest analiza zdyskontowanych przepływów pieniężnych (DCF). DCF bazuje na założeniu, że o ile $NPV > 0$, projekt realizowany jest – po podjęciu decyzji inwestycyjnej – według określonego, pojedynczego scenariusza, aż do końca okresu istnienia. Klasyczna teoria inwestycji pomija więc możliwość odkładania przedsięwzięcia w czasie oraz modyfikowania z czasem pierwotnie podjętych decyzji w zakresie harmonogramu i wielkości produkcji w odpowiedzi na zmiany warunków gospodarowania i informacje płynące z rynku. Możliwość odłożenia podjęcia inwestycji w czasie i korygowania przyjętej strategii operacyjnej są cechami, których znaczenie w rzeczywistości może być niezwykle istotne. Brak uwzględnienia w procesie oceny ekonomicznej wartości tych możliwości, wyrażających się w pojęciu elastyczności decyzyjnej, stanowi koszt utraconych korzyści; może to w konsekwencji prowadzić do podjęcia błędnych decyzji.

Znaczenie elastyczności decyzyjnej wzrasta wraz ze spadkiem NPV; jak pokazują doświadczenia teoretyczne i praktyczne metoda wyceny opcji rzeczowych powinna być stosowana w przypadkach, gdy NPV jest mniejsza od nakładów inwestycyjnych. W pozostałych sytuacjach wyniki analizy DCF są wystarczająco wiarygodne dla podejmowania decyzji inwestycyjnych.

Wartość elastyczności uzależniona jest od liczby i typów opcji związanych z danym przedsięwzięciem; dla ostatecznego rezultatu znaczenie ma również konfiguracja tych walorów – odmienne wyniki otrzymuje się w przypadkach, gdy opcje rzeczowe występują

Wycena wartości opcyjnej (ROV_0) i wartości elastyczności (OP_0) w modelu z kombinacją opcji zwiększenia skali projektu, zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji oraz likwidacji przedsięwzięcia

TABLE 3

Estimation of option (ROV_0) and managerial flexibility (OP_0) values for the Providence project with combination of options to-expand, to-contract and to-abandon (own study)

Parametry opcji	Parametry procesu
1) Instrument podstawowy: wartość projektu brutto V	1) Parametr wzrostów: $u = 1,25$
2) Wartość bieżąca instrumentu bazowego: $V_0 = 120$ mln USD	2) Parametr spadków: $d = 1/u = 0,625$
3) Rodzaj opcji: A) amerykańska opcja kupna, B-C) amerykańska opcja sprzedaży,	3) Prawdopodobieństwo obiektywne wzrostu: $q = 0,7$
4) Cena wykonania K: A) 90 mln USD, B) 50 mln USD, C) 80 mln USD	4) Prawdopodobieństwo obiektywne spadku: $1 - q = 0,3$
5) Czas życia opcji: $\tau = 2$ lata	5) Zmienność: $\sigma = 22,31\%$
6) Zmiana instrumentu bazowego: 1) 1,65V, 2) 0,5V	6) Stopa „wolna od ryzyka”: $r_f = 5\%$
	7) Stopa „dostosowana do ryzyka”: $RADR = 11,5\%$
Wycena	
Projekt z elastycznością (<i>real options value</i> , ROV)	Elastyczność decyzyjna (<i>option premium</i> , OP)
A. Podejście portfela replikującego	
<p>a) węzeł B:</p> $m \cdot V_{uu} - (1 + r_f)B = ROV_{uu} = \max[187,5, 1,65(187,5) - 90, 0,5(187,5) + 50, 80] = 219,38$ $m \cdot V_{ud} - (1 + r_f)B = ROV_{ud} = \max[120, 1,65(120) - 90, 0,5(120) + 50, 80] = 120$ $m = 1,47, B = 53,97$ $ROV_u = m \cdot V_u - B = 1,47 \cdot 150 - 53,97 = 166,87$ $ROV_B = \max[166,87, 1,65(150) - 90, 0,5(150) + 50, 80] = 166,87 \text{ mln USD}$ <p>b) węzeł C:</p> $m \cdot V_{ud} - (1 + r_f)B = ROV_{ud} = \max[120, 1,65(120) - 90, 0,5(120) + 50, 80] = 120$ $m \cdot V_{dd} - (1 + r_f)B = ROV_{dd} = \max[76,8, 1,5(76,8) - 90, 0,5(76,8) + 50, 80] = 88,4$ $m = 0,731, B = -30,69$ $ROV_d = 0,731 \cdot 96 + 30,69 = 100,91$ $ROV_C = \max[100,91, 1,50(96) - 90, 0,5(96) + 50, 80] = 100,91 \text{ mln USD}$ <p>c) węzeł A:</p> $m \cdot V_u - (1 + r_f)B = ROV_B = m \cdot 150 - (1 + 0,05)B = 166,87$ $m \cdot V_d - (1 + r_f)B = ROV_C = m \cdot 96 - (1 + 0,05)B = 100,91$ $m = 1,22, B = 15,57$ $ROV_0 = 1,22 \cdot 120 - 15,57 = 131,00$ $ROV_A = \max[131, 1,65(120) - 90, 0,5(120) + 50, 80] = 131,00 \text{ mln USD}$	<p>a) węzeł B:</p> $m \cdot V_{uu} - (1 + r_f)B = OP_{uu} = \max\{0, [(1,65 \cdot 187,5 - 90) - 187,5], [(0,5 \cdot 185,5 + 50) - 185,5], [80 - 185,5]\} = 31,85$ $m \cdot V_{ud} - (1 + r_f)B = OP_{ud} = \max\{0, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120], [(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = 0$ $m = 0,47, B = 53,97$ $OP_u = m \cdot V_u - B = 0,47 \cdot 150 - 53,97 = 16,87$ $OP_B = \max\{16,87, [(1,65 \cdot 150 - 90) - 150], [(0,5 \cdot 150 + 50) - 150], [80 - 150]\} = 16,87 \text{ mln USD}$ <p>b) węzeł C:</p> $m \cdot V_{ud} - (1 + r_f)B = OP_{ud} = \max\{0, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120], [(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = 0$ $m \cdot V_{dd} - (1 + r_f)B = OP_{dd} = \max\{0, [(1,65 \cdot 76,8 - 90) - 76,8], [(0,5 \cdot 76,8 + 50) - 76,8], [80 - 76,8]\} = 11,6$ $m = -0,269, B = -30,69$ $OP_d = -0,269 \cdot 96 + 30,69 = 4,91$ $OP_C = \max\{4,91, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120], [(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = 4,91 \text{ mln USD}$ <p>c) węzeł A:</p> $m \cdot V_u - (1 + r_f)B = OP_B = m \cdot 150 - (1 + 0,05)B = 16,87$ $m \cdot V_d - (1 + r_f)B = OP_C = m \cdot 96 - (1 + 0,05)B = 4,91$ $m = 0,22, B = 15,57$ $OP_0 = 0,22 \cdot 120 - 15,57 = 11,00$ $OP_A = \max\{11, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120], [(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = 11,00 \text{ mln USD}$

TABELA 3. cd.

TABLE 3. cont.

Parametry opcji	Parametry procesu
B. Podejście prawdopodobieństwa neutralnego względem ryzyka	
$p = (1 + r_f - d)/(u - d) = (1,05 - 0,625)/(1,25 - 0,625) = 0,56$ a) węzeł B: $ROV_u = (p \cdot ROV_{uu} + (1 - p)ROV_{ud})/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 219,38 + 0,44 \cdot 120)/1,05 = 166,87$ $ROV_B = \max[166,87, 1,65(150) - 90, 0,5(150) + 50, 80] =$ $= \underline{166,87}$ mln USD b) węzeł C: $ROV_d = (p \cdot ROV_{ud} + (1 - p)ROV_{dd})/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 120 + 0,44 \cdot 88,4)/1,05 = 100,91$ $ROV_C = \max[100,91, 1,50(96) - 90, 0,5(96) + 50, 80] =$ $= \underline{100,91}$ mln USD c) węzeł A: $ROV_0 = (p \cdot ROV_B + (1 - p)ROV_C)/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 166,87 + 0,44 \cdot 100,91)/1,05 = 131,00$ $ROV_A = \max[131, 1,65(120) - 90, 0,5(120) + 50, 80] =$ $= \underline{131,00}$ mln USD	$p = (1 + r_f - d)/(u - d) = (1,05 - 0,625)/(1,25 - 0,625) = 0,56$ a) węzeł B: $OP_u = (p \cdot OP_{uu} + (1 - p)OP_{ud})/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 31,85 + 0,44 \cdot 0)/1,05 = 16,87$ $OP_B = \max\{16,87, [(1,65 \cdot 150 - 90) - 150],$ $[(0,5 \cdot 150 + 50) - 150], [80 - 150]\} = \underline{16,87}$ mln USD b) węzeł C: $OP_d = (p \cdot OP_{ud} + (1 - p)OP_{dd})/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 0 + 0,44 \cdot 11,6)/1,05 = 4,91$ $OP_C = \max\{4,91, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120],$ $[(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = \underline{4,91}$ mln USD c) węzeł A: $OP_0 = (p \cdot OP_B + (1 - p)OP_C)/(1 + r_f) =$ $= (0,56 \cdot 16,87 + 0,44 \cdot 4,91)/1,05 = 11,00$ $OP_A = \max\{11, [(1,65 \cdot 120 - 90) - 120],$ $[(0,5 \cdot 120 + 50) - 120], [80 - 120]\} = \underline{11,00}$ mln USD

w sekwencji, inne – gdy występują jednocześnie. Artykuł przedstawia podejście do wyceny tych drugich (opcje równoległe) w podejściach portfela replikującego i prawdopodobieństwa względem ryzyka.

LITERATURA

- Amram M., Kulatilaka N., 1999 – Real Options – Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Boston, Harvard Business School Press, pp. 246.
- Borison A., 2005 – Real Options Analysis: Where Are the Emperor's Clothes? Journal of Applied Corporate Finance (Spring), Vol. 17, No 2, p. 17–31.
- Brealey R.A., Myers S., 2000 – Principles of Corporate Finance (6th edition). Irwin McGraw-Hill.
- Brennan M.J., Schwartz E.S., 1985 – A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments. Midland Corporate Finance Journal, 3, p. 37–47.
- Copeland T., Antikarov V., 2001 – Real Options: A Practitioner's Guide. Texere, Thompson Coproration, pp. 370.
- Copeland T., Koller T., Murrin J., 1994 – Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies (2nd Edition). John Wiley and Sons, New York.
- Copeland T., Koller T., Murrin J., 2000 – Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies (3rd Edition). John Wiley and Sons, New York.
- Cox J.C., Ross S.A., 1976 – The Valuation of Options for Alternative Stochastic Process. Journal of Financial Economics, Vol. 3, No. 1/2, p. 145–166.
- Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., 1979 – Option Pricing: a Simplified Approach. Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 3, p. 229–263.

- Saługa P., 2000 – Stopy dyskontowe w górniczych projektach inwestycyjnych. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, t. 16, z. 3, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, p. 91–112.
- Saługa P., 2006 – Wycena złóż surowców mineralnych w praktyce światowego górnictwa. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, t. 22, z. spec. 2 (red. Sobczyk E.J., Kicki J.), Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, p. 7–18.
- Saługa P., Dzieża J., Kicki J., 2002 – Opcje realne w ocenie ekonomicznej górniczych projektów inwestycyjnych. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, t. 18, z. spec.; Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków, p. 157–173
- Trigeorgis L., 1996 – *Real Options – Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts – London, England, pp. 427.
- Trigeorgis L., 1999 – *Real Options: A Primer*. [In:] Alleman J., Noam E. (eds) – *The New Investment Theory of Real Options and Its Implication for Telecommunications Economics*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
- Trigeorgis L., Mason S.P., 1987 – Valuing Managerial Flexibility. *Midland Corporate Finance Journal*, Vol. 5, No. 1, p. 14–21.

WYCENA PROJEKTU GÓRNICZEGO Z OPCJAMI RÓWNOLEGLYMI

Słowa kluczowe

Opcje rzeczowe, analiza opcji rzeczowych, opcje równoległe

Streszczenie

W ostatnich dekadach coraz większą popularność wśród metod oceny ekonomicznej i analizy ryzyka projektów inwestycyjnych zdobywa analiza opcji rzeczowych. Metoda ta umożliwia wycenę tzw. elastyczności decyzyjnej mieszczącej w sobie możliwości odkładania inwestycji w czasie oraz modyfikację przyjętych pierwotnie strategii operacyjnych, dzięki czemu w wyniku analizy otrzymuje się wartości przedsięwzięć wyższe niż uzyskiwane w klasycznych metodach dyskontowych – bardziej zbliżone do wartości rynkowych. W zależności od typów, układu opcji, kolejności ich występowania wartość elastyczności może mieć bardziej lub mniej istotne znaczenie.

Popularne metody wyceny opcji rzeczowych wykorzystują stanowiące aproksymację ciągłego procesu stochastycznego schematy kratownicowe, w tym najbardziej znane – podejście dwumianowe. Na podejściu tym bazuje metodyka wyceny stosująca tzw. założenie MAD. Artykuł przedstawia sposób wyceny górniczego przedsięwzięcia inwestycyjnego obejmującego trzy, występujące równoległe, opcje rzeczowe: opcję rozszerzenia skali projektu, zmniejszenia zakresu prowadzonych operacji i likwidacji przedsięwzięcia.

VALUATION OF MINERAL PROJECT WITH SIMULTANEOUS OPTIONS

Key words

Key words: real options, real options valuation, simultaneous options

Abstract

In the last decades Real Options Valuation (ROV) has been gaining a leading role among methods of economic evaluation and risk analysis of projects. This method enables valuation of managerial flexibility which includes postponing investments and reformulating of operating strategies of companies. By doing this, the method

delivers higher project values than derived from the classical discount approaches, such as NPV. The value of flexibility may be of lower or greater importance – depending on types, configuration and sequence of occurring real options.

Common methods of real options valuation are built on lattice models which approximate continuous stochastic process. One of the most popular techniques used for real options valuation – a marketed asset disclaimer approach (MAD) – is based on the binomial tree. The paper presents valuation of the mineral project with three simultaneous options: option-to-expand, option-to-contract and option-to-abandon.

