

WOJCIECH NAWORYTA*, JÖRG BENNDORF**

Ocena dokładności geostatystycznych metod modelowania złóż pod kątem projektowania eksploatacji na podstawie jednego ze złóż węgla brunatnego

Wprowadzenie

Modelowanie złoża jest pierwszym etapem w procesie projektowania eksploatacji. Na model obok informacji opisowych składają się mapy parametrów strukturalnych i jakościowych. Model złoża tworzy się na podstawie dyskretnych danych pochodzących głównie z otworów rozpoznawczych. Informacje te obarczone są błędem, który ma swoje źródło w procesie dokumentowania (niedokładność opisu rdzenia, opróbowania parametrów i in.). Opierając się na niedoskonałej, dyskretnej informacji wykonuje się model, na podstawie którego podejmowane są decyzje dotyczące zagospodarowania złoża. Skalę niedoskonałości tej informacji określają dopuszczalne maksymalne błędy oszacowania parametrów złoża i zasobów przypisywane do konkretnej kategorii rozpoznania. Dla kat. C₂ błąd ten wynosi 40% dla kat. C₁ – 30%, B – 20% i 10% dla tzw. rozpoznania eksploatacyjnego w kat. A (Rozporządzenie Ministra Środowiska z dnia 6 lipca 2005 r.).

Dokładność modelu w stosunku do rzeczywistego, a nieznanego złoża ma znaczenie pierwszorzędne i przenosi się na efektywność całego procesu górniczego. Jest jednym z czynników ryzyka przedsięwzięcia górniczego i przekłada się na jego efekt ekonomiczny (Dimitrakopoulos 2007, 2010; Jurdziak, Kawalec 2011; Naworyta 2008).

Wśród wielu metod modelowania popularne są metody interpolacyjne, dzięki którym na bazie informacji z otworów rozpoznawczych dokonuje się predykcji wartości parametrów

* Dr inż., AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Kraków:
e-mail: naworyta@agh.edu.pl

** Dr Ing., Mitteldeutsche Braunkohlengesellschaft mbH; e-mail: JoergBenndorf@gmx.de

w miejscach, które nie zostały rozpoznane. Wypracowano różne metody interpolacji: minimalnej krzywizny, odwrotnej odległości, zmodyfikowanej metody Shepard'a, radialnej funkcji bazowych, krigingu. Ocenę dokładności wymienionych metod w odniesieniu do pokładów węgla kamiennego przedstawiono w pracy Muchy i Wasilewskiej (2005).

Do interpolacji często wykorzystywane są metody oparte na założeniach geostatystycznych. Wśród nich najbardziej popularnym jest kriging (Kozula, Mazurek 1996; Mucha, Wasilewska 2005; Naworyta 2008). Od ponad dekady w górnictwie wykorzystuje się metody symulacji geostatystycznej (Benndorf 2009; Benndorf, Dimitrakopoulos 2007; Dimitrakopoulos 2007, 2010; Jurdziak, Kawalec 2011). Obok zastosowań do modelowania złóż wykorzystano je również do oceny niepewności prognoz deformacji powstających na powierzchni terenu w wyniku eksploatacji podziemnej (Naworyta, Menz, Sroka 2005).

W niniejszej pracy na przykładzie złoża węgla brunatnego przeprowadzono analizę porównawczą dwóch geostatystycznych metod modelowania – krigingu zwyczajnego i symulacji warunkowej. Skoncentrowano się na analizie dokładności modeli w odwzorowaniu średnich wartości analizowanego parametru złoża jak i jego lokalnej zmienności. Pokazano wykorzystanie metod do szacowania zasobów złoża na podstawie założonego kryterium jakościowego. Przedstawiono metodę oceny prawdopodobieństwa przekroczenia krytycznych wartości parametrów. Sformułowano wnioski dotyczące dokładności analizowanych metod oraz ich przydatności do rozwiązywania konkretnych zadań w dziedzinie projektowania górniczego.

1. Wstępne porównanie krigingu zwyczajnego i symulacji warunkowej

Podstawowym narzędziem metod geostatystycznych jest wariogram, którego kształt zależy od charakteru zmienności analizowanej cechy złoża. Obydwie metody: kriging i symulacja geostatystyczna oddają w procesie modelowania charakter zmienności cechy złoża za pomocą funkcji dopasowanej do wariogramu empirycznego czyli modelu wariogramu.

Ideą krigingu jest minimalizacja różnicy pomiędzy szacowaną i prawdziwą a nieznaną wartością parametru przy jednoczesnym wiernym oddaniu wartości oczekiwanej (tzw. BLUE – *best linear unbiased estimator*) (Journel, Huijbregts 1978). Efekty zastosowania tej metody w odniesieniu do średniej wartości są zadowalające, jednak jej wadą jest tzw. efekt wygładzenia. Wysokie wartości zostają niedoszacowane, podczas gdy niskie ulegają przeszacowaniu. Zastosowanie kryterium wartości krytycznej wybranego parametru złoża na bazie modelu wykonanego krigingiem zwyczajnym może prowadzić do błędnych wniosków.

Pomysł symulacji warunkowej, przedstawiony przez Matherona (1973) oraz zespół Journel, Huijbregts (1978), pozwala skompensować deficyty metod interpolacyjnych. Procedura ta bazuje na idei symulacji Monte-Carlo. Na podstawie dostępnych obserwacji poczynionych na złożu oraz liczb losowych symulacja pozwala wygenerować dowolną

ilość modeli (zwanymi dalej realizacjami). Realizacje są niepowtarzalne i jednocześnie charakteryzują się jednakowym prawdopodobieństwem co do reprezentowania prawdziwego złoża. Wszystkie realizacje wiernie oddają wartości w punktach obserwacyjnych. W odróżnieniu od krigingu zwyczajnego realizacje będące wynikiem symulacji oddają w sposób dokładny statystyczne i strukturalne cechy modelowanych parametrów np. rozkład częstości i przestrzenną zmienność. Lokalne różnice pomiędzy poszczególnymi realizacjami przedstawiają miarę niepewności predykcji wykonanej metodą symulacji na podstawie dostępnych obserwacji.

2. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest analiza możliwości zastosowania dwóch różnych metod modelowania dla rozwiązania wybranych zagadnień z dziedziny projektowania eksploatacji złoża ze szczególnym naciskiem na dokładność modeli.

Modele wykonane metodą krigingu zwyczajnego i metodą symulacji warunkowej na bazie obserwacji z dokumentacji geologicznej (DG) zostały porównane z modelem referencyjnym wykonanym na bazie rozpoznania eksploatacyjnego (E).

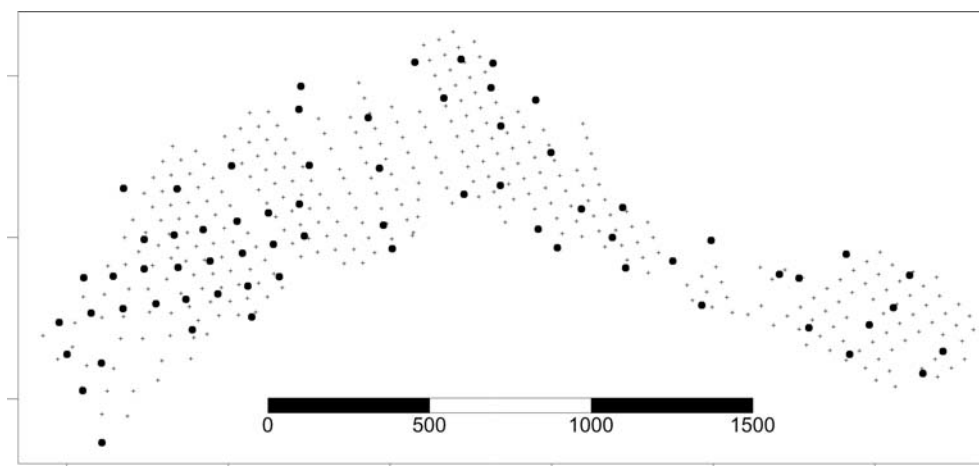
Porównanie modeli przeprowadzono pod kątem kryterium:

- dokładności predykcji wartości średniej,
- dokładność predykcji gęstości rozkładu,
- dokładności oddania charakteru zmienności modelowanego parametru,
- dokładności szacowania wielkości zasobów złoża przy założonym kryterium jakościowym.

Analizie poddane zostały miary wiarygodności modeli – odchylenie standardowe krigingu i odchylenie standardowe symulacji warunkowej.

3. Opis materiału badawczego

Analizy zostały wykonane na podstawie danych pomiarowych wykonanych na wyeksploatowanym złożu węgla brunatnego z regionu konińskiego. Jednopokładowe złożo rozciąga się na długości około 2,5 km w kierunku W-E oraz około 1 km w kierunku N-S. W niniejszym studium wykorzystano wyłącznie informacje o wartości opałowej (Q [MJ/kg]) węgla w stanie roboczym. Wykorzystano dwa zestawy danych pozyskane na etapie rozpoznania geologicznego i na etapie eksploatacji. Na rysunku 1 przedstawiono rozmieszczenie otworów rozpoznawczych w dwóch fazach opróbowania. W przypadku pomiarów służących wykonaniu dokumentacji geologicznej (DG) odwiercono otwory oddalone od siebie średnio o odległość 160 m. Otwory rozpoznania eksploatacyjnego (E) zostały wykonywane w miarę postępu zdejmowania nadkładu średnio co 50 m. Drugi zestaw danych posłużył jako podstawa do wykonania modelu referencyjnego (porównawczego).



Rys. 1. Mapa rozmieszczenia otworów rozpoznawczych:
dokumentacji geologicznej DG (punkty), rozpoznania eksploatacyjnego E (krzyżyki)

Fig. 1. Map of drill holes:
exploration data – DG (points), survey data obtained in the exploitation process – E (crosses)

4. Analiza statystyczna oraz analiza struktury danych pomiarowych

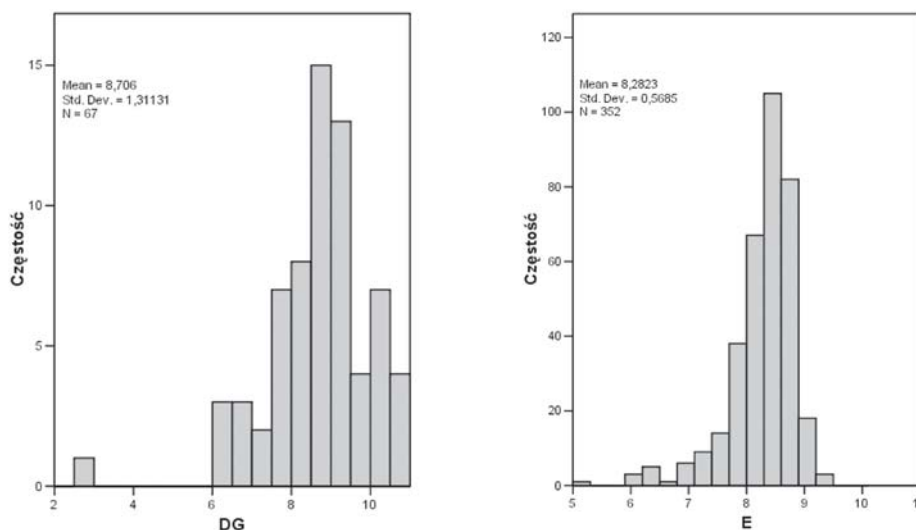
Histogramy na rysunku 2 reprezentują podstawowe dane pomiarowe DG oraz dane E służące do wykonania modelu referencyjnego. W tabeli 1 zestawiono podstawowe cechy statystyczne materiału pomiarowego. Zauważalne są znaczące różnice pomiędzy wartościami średnimi i wariancją dwóch zestawów danych. Zakres wartości danych E jest znacznie mniejszy niż danych DG. Wyraża się to o ponad połowę niższą wartością współczynnika zmienności v . Współczynnik zmienności wyraża się wzorem:

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (1)$$

gdzie:

- v – współczynnik zmienności [%],
- s – odchylenie standardowe,
- \bar{x} – wartość średnia.

Duże różnice w materiale pomiarowym wykonanym na jednym i tym samym złożu wynikają nie tylko z kształtu i gęstości sieci otworów pomiarowych, ale prawdopodobnie również z zastosowanych do pomiaru wartości opałowej różnych metod analitycznych.



Rys. 2. Histogramy wartości opałowej Q wykonane na bazie dwóch zestawów danych pomiarowych: dokumentacji geologicznej DG i rozpoznania eksploatacyjnego E [MJ/kg]

Fig. 2. Histograms of calorific value Q based on two different datasets: exploration data (DG-dataset) and survey data obtained in the exploitation process (E-dataset)

TABELA 1

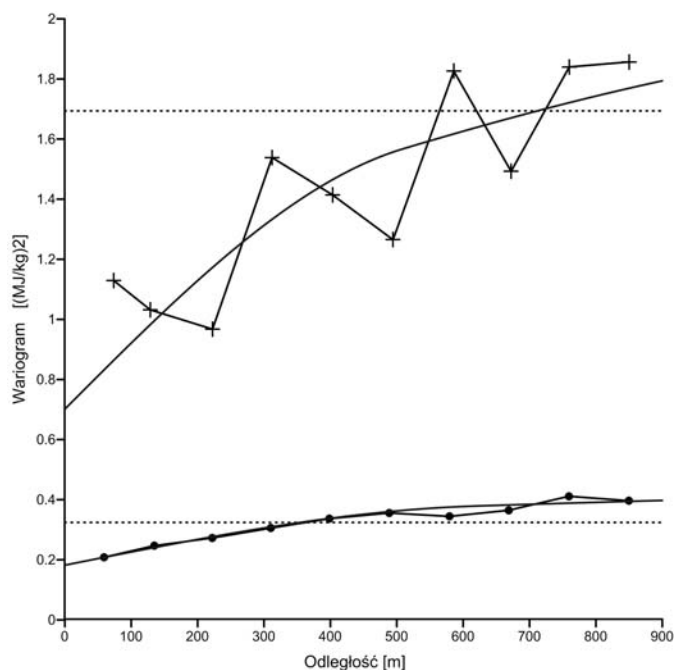
Charakterystyka statystyczna dwóch zestawów danych pomiarowych DG i E wartości opałowej węgla Q

TABLE 1

Statistical characteristics of two datasets: DG and E concerning calorific value Q of analyzed lignite deposit

Statystyka	Obserwacje DG	Obserwacje E
Ilość obserwacji N	67	352
Średnia \bar{x} [MJ/kg]	8,70	8,28
Odchylenie standardowe s [MJ/kg]	1,31	0,56
Wariancja [MJ/kg ²]	1,72	0,32
Minimum [MJ/kg]	2,91	5,07
Maksimum [MJ/kg]	10,75	9,46
Współczynnik zmienności v [%]	15,1	6,9

Rysunek 3 przedstawia wariogramy empiryczne wykonane na bazie danych pomiarowych. Ze względu na znikomy udział zmienności kierunkowej badanego parametru do dalszej analizy przyjęto wariogramy uśrednione (izotropowe). Dla porównania wariogramy zestawiono na jednym rysunku w jednakowych skalach obydwu osi. Do wariogramów empirycznych dopasowano złożone modele typu sferycznego. Cechy modeli wariogramów



Rys. 3. Wariogramy eksperymentalne wartości opałowej Q wraz z dopasowanymi modelami, wykonane na bazie danych DG (krzyżyki) i E (kropki)

Fig. 3. Experimental variograms of calorific value Q with fitted variogram models computed using DG-dataset (crosses) and E-dataset (dots)

zestawiono w tabeli 2. Różnica w wyglądzie obydwu wykresów jest konsekwencją różnicy statystycznej danych. Linie przerywane określają poziom wariancji zbiorów danych. Znaczący jest również udział wariancji lokalnej (*nugget effect*) w stosunku do wariancji ogólnej kształtujący się w przypadku danych DG na poziomie 40,7% i 55,7% dla danych E. Wysoki udział zmienności lokalnej w stosunku do ogólnej zmienności analizowanego parametru determinuje *a priori* dokładność modeli wykonanych metodą krigingu i symulacji.

TABELA 2

Wartość oraz zasięg składowych modeli wariogramów przedstawionych na rysunku 3

TABLE 2

Scale and range of variogram-models presented on fig. 3

Składowa modelu	Wariogram Q (D)	Wariogram Q (E)
Wariancja lokalna	0,70 [MJ/kg ²]	0,18 [MJ/kg ²]
1. Sferyczny	0,50 [MJ/kg ²], 510 [m]	0,15 [MJ/kg ²], 620 [m]
2. Sferyczny	0,75 [MJ/kg ²], 1 500 [m]	0,10 [MJ/kg ²], 1 900 [m]

5. Modelowanie przestrzennej zmienności wartości opałowej Q metodą kriginu zwyczajnego (OK) i symulacji warunkowej (SGSIM)

Modele wykonano w siatce kwadratowej o boku 50 m. Na bazie danych DG z wykorzystaniem modelu wariogramu z rysunku 3 wykonano model wartości opałowej złoża procedurą kriginu zwyczajnego, punktowego oraz 20 realizacji modelu złoża procedurą sekwencyjnej symulacji warunkowej Gaussa (SGSIM). Algorytm do symulacji został zaimplementowany w programie S-GeMS opracowanym i udostępnionym przez Stanford University (Remy i in. 2009). Sama metoda SGSIM została opisana w publikacji zespołu Nowak i Verly (Nowak, Verly 2007). Jako podstawę do oceny modeli wykonanych na bazie danych DG wykonano model referencyjny z wykorzystaniem danych z rozpoznania eksploatacyjnego E. Model ten wykonano procedurą kriginu zwyczajnego. Na potrzeby studium przyjęto założenie, że model ten reprezentuje rzeczywisty obraz złoża.

Ponieważ nie stwierdzono znaczącej anizotropii w zmienności analizowanego parametru do modelowania zastosowano każdorazowo wariogram izotropowy bez uwzględniania zmienności kierunkowej.

W dalszej części pracy posłużono się następującymi skrótami:

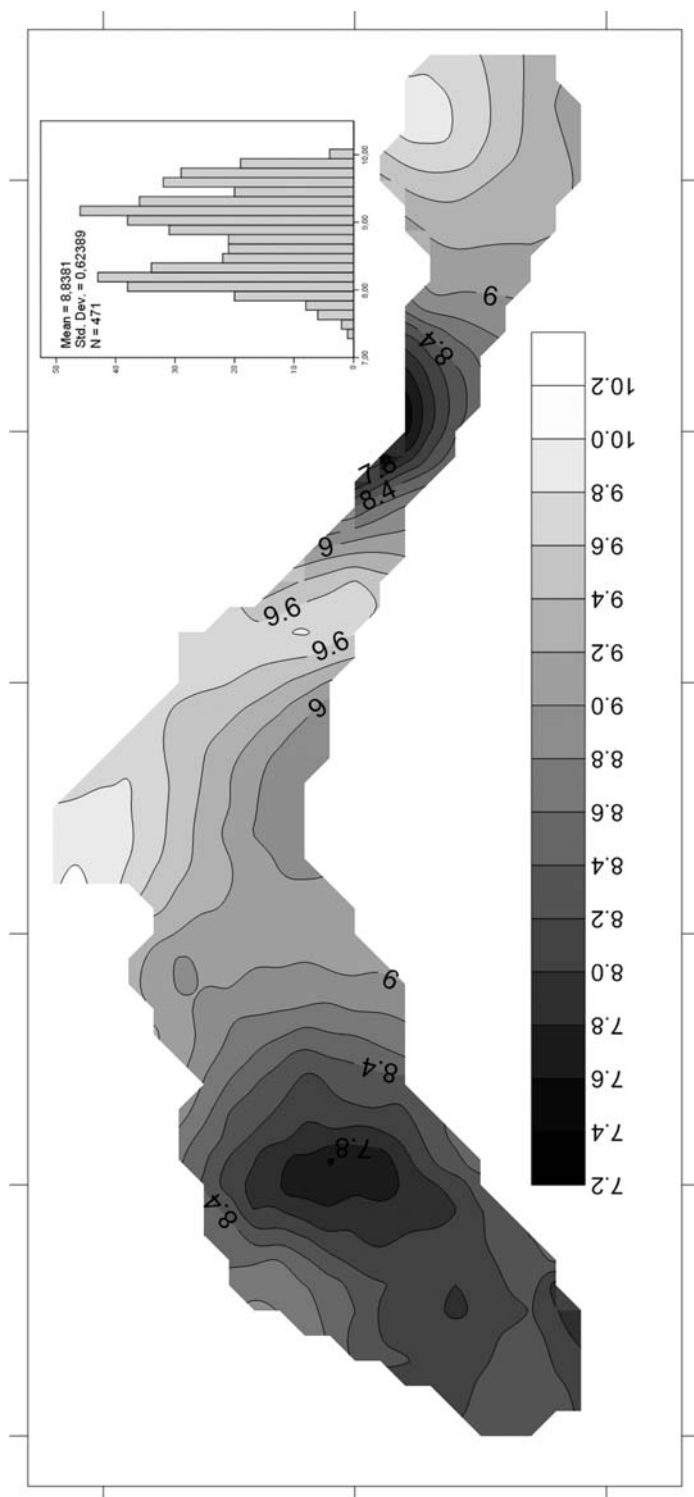
- Q – wartość opałowa węgla brunatnego w warunkach wilgotności złożowej,
- DG – dane dotyczące wartości opałowej Q z dokumentacji geologicznej,
- E – dane dotyczące wartości opałowej Q z rozpoznania eksploatacyjnego,
- K_{DG} – model wykonany metodą kriginu zwyczajnego na bazie danych z dokumentacji geologicznej,
- K_E – model referencyjny, wykonany metodą kriginu zwyczajnego na bazie danych z rozpoznania eksploatacyjnego,
- R_1, \dots, R_N – realizacje modelu złoża wykonane metodą symulacji warunkowej na bazie danych DG.

Ileokroć jest mowa o kriginu autorzy mają na myśli krigin zwyczajny (OK). Inne odmiany kriginu nie zostały w tej pracy analizowane.

W pracy przedstawiono tylko jedną z 20 realizacji symulacji – R_1 . Jest ona reprezentatywna dla pozostałych i na jej podstawie można wyciągać szersze wnioski dotyczące wyników procedury symulacji.

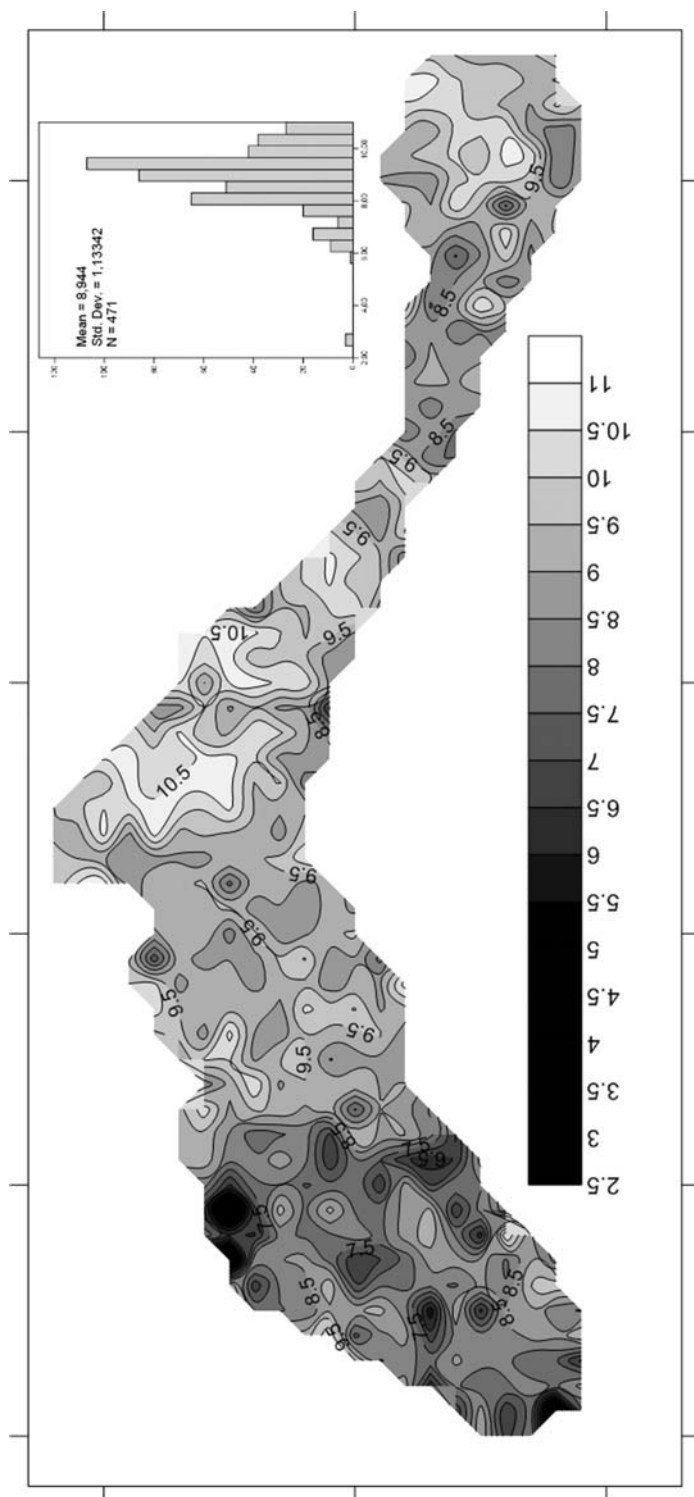
Rysunek 4 prezentuje model K_{DG} , na rysunku 5 przedstawiono przykładową realizację R_1 złoża, a rysunek 6 przedstawia model referencyjny K_E . Widoczne są wyraźne różnice pomiędzy trzema modelami. Modele K_{DG} i K_E cechują się „wygładzonym” przebiegiem, podczas gdy wartość opałową w przykładowym modelu R_1 charakteryzuje wysoka zmienność lokalna.

Dla wstępnej oceny podobieństwa pomiędzy modelami na podstawie wartości parametrów w odpowiadających sobie węzłach modeli obliczono współczynniki korelacji ρ Spearmana. Niska wartość tego współczynnika dla modeli K_{DG} i K_E na poziomie $\rho(K_{DG}, K_E) = 0,15$, oraz dla przykładowej realizacji R_1 i modelu referencyjnego K_E na poziomie $\rho(R_1, K_E) = 0,06$ wskazuje na brak korelacji modeli K_{DG} i R_1 z modelem



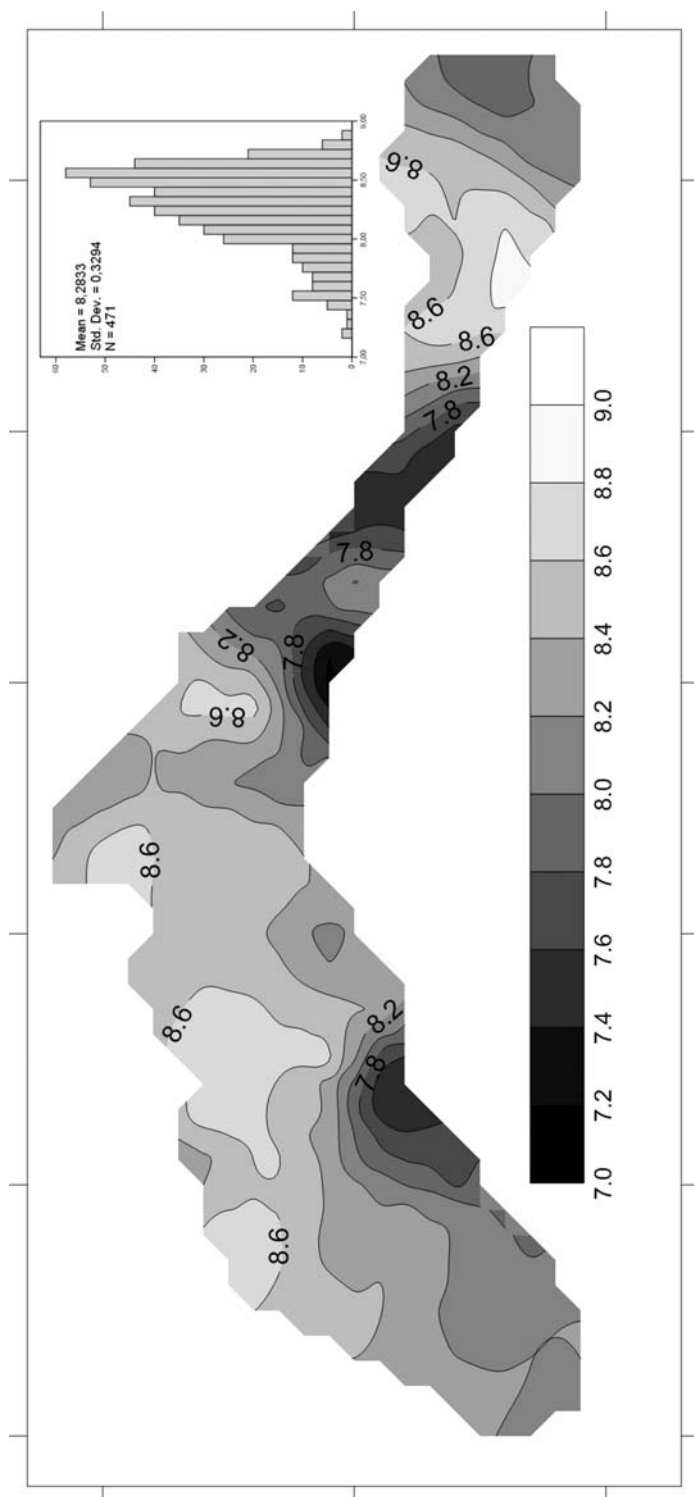
Rys. 4. Model wartości opałowej K_{DG} wykonany metodą kriginu na podstawie danych DG

Fig. 4. Model of caloric value K_{DG} created with ordinary kriging method using DG-data set



Rys. 5. Przykładowa realizacja R_1 modelu wartości opłatowej wykonana metodą symulacji warunkowej na podstawie danych DG

Fig. 5. Model of one exemplary realization R_1 created with conditional sequential Gaussian simulation method using DG-dataset



Rys. 6. Model referencyjny K_E wartości opałowej wykonany metodą krzygu na bazie danych E.

Fig. 6. Caloric value model K_E created with kriging method using E-dataset – used as reference model

referencyjnym K_E . Istnieje za to słaba korelacja pomiędzy modelami K_{DG} i przykładową realizacją R_1 potwierdzona współczynnikiem $\rho(K_{DG}, R_1) = 0,62$.

6. Ocena dokładności modeli złoża wykonanych metodą krigingu zwyczajnego (OK) i symulacji warunkowej (SGSIM)

Modele wykonane na bazie danych DG poddano analizie biorąc pod uwagę dokładność predykcji cech globalnych, tj. wartości średniej, wariancji, charakteru zmienności oraz dokładności predykcji zmienności lokalnej modelowanej wartości opałowej.

6.1. Ocena dokładności predykcji globalnych cech złoża w porównaniu do danych źródłowych

W tabeli 3 zestawiono cechy statystyczne modeli K_{DG} i R_1 w porównaniu z cechami danych źródłowych DG wykorzystanych do modelowania. W zakresie wartości średnich obydwa modele różnią się nieznacznie od danych DG. Pozostałe cechy statystyczne zostały niemal dokładnie odtworzone w przypadku przykładowej realizacji symulacji R_1 . W modelu K_{DG} widoczny jest efekt zawężenia zakresu wartości. Nie zostały odtworzone wartości skrajnie niskie i skrajnie wysokie. Efekt ten liczbowo wyraża współczynnik zmienności v . W modelu K_{DG} współczynnik ten jest mniejszy o połowę w stosunku do danych źródłowych. W przypadku symulacji R_1 ta zmiana jest o wiele mniejsza i wynika nie ze zmiany zakresu wartości, lecz z nieco wyższej średniej.

Wariogramy przedstawione na rysunku 7 wykonano na podstawie modeli K_{DG} i kilku realizacji symulacji R_1-R_N w celu sprawdzenia, w jaki sposób w tych modelach została oddana pierwotna zmienność danych DG. Na rysunku 7 z lewej przedstawiono wiązkę

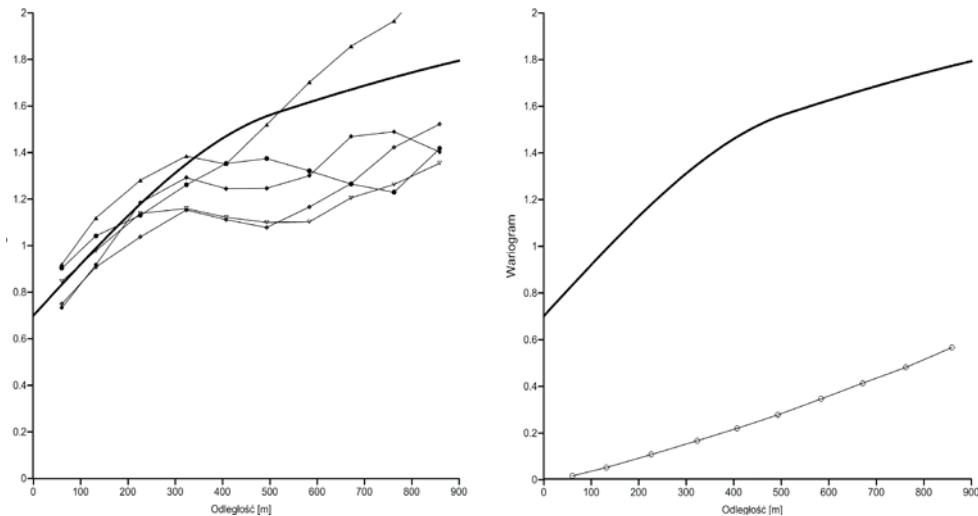
TABELA 3

Zestawienie statystycznych cech modelu K_{DG} i przykładowej realizacji R_1 w porównaniu z cechami danych podstawowych DG wykorzystanych do modelowania

TABLE 3

Statistical characteristics of model K_{DG} and exemplary realization R_1 in comparison to source data DG used for modelling

Statystyka	Dane DG	K_{DG}	R_1
Ilość danych N	66	471	471
Średnia \bar{x} [MJ/kg]	8,79	8,84	8,94
Odchylenie standardowe s [MJ/kg]	1,11	0,62	1,13
Minimum [MJ/kg]	2,91	7,38	2,88
Maksimum [MJ/kg]	10,75	10,04	10,78
Współczynnik zmienności v [%]	15,1	7,0	12,7



Rys. 7. Wariogramy obliczone na podstawie kilku modeli $R_1 \dots R_N$ (l) oraz krigingu K_{DG} (p).
Dla porównania wariogramy empiryczne przedstawiono na tle modelu wariogramu źródłowego,
wykorzystanego w procedurach symulacji i krigingu (linia ciągła) – por. rys. 4

Fig. 7. Variograms computed based on some realization $R_1 \dots R_N$ (l) and on kriging model K_{DG} (r).
For comparison reasons variograms were presented together with source variogram which were used
in kriging and simulation process (continuous line) – see Fig. 4

wariogramów obliczonych z kilku realizacji symulacji, po prawej – wariogram z modelu K_{DG} . Dla porównania wykresy wykonano w tej samej skali dla obydwu osi. Grubą linią pokazano model wariogramu obliczony na bazie danych DG, który posłużył do wykonania modeli – symulacyjnych i krigingu.

Miarą wiernego oddania charakteru zmienności parametru jest kształt wariogramu obliczony z modelu zbliżony do wariogramu źródłowego. Wariogramy z symulacji zbliżone są do modelu źródłowego w zakresie odległości 0–300 m. Symulacja również dobrze oddaje zmienność lokalną (*nugget effect*) dla odległości bliskich 0 m.

Na rysunku 7 z prawej pokazano wariogram obliczony na podstawie modelu K_{DG} . Zmienność lokalna nie występuje, a najwyższa wartość jaką wariogram przyjmuje w analizowanych zakresie odległości jest niższa niż wartość zmienności lokalnej wariogramu obliczonego dla danych źródłowych. Wskazuje to na typowy dla krigingu zwyczajnego efekt wygładzenia modelu.

6.2. Ocena dokładności lokalnej modeli w stosunku do modelu referencyjnego

Dla oceny dokładności lokalnej modeli obliczono różnice pomiędzy analizowanymi modelami K_{DG} , R_1 i modelem referencyjnym K_E . Przyjmując, że model K_E stanowi rzeczywisty obraz złoża, to model przedstawiony na rysunku 8 można nazwać mapą błędów

rzeczywistych modelu K_{DG} , analogicznie rysunek 9 – mapą błędów rzeczywistych realizacji R_1 . Na rysunku 8 podkreślono izolinie $Q = 0$ MJ/kg. Na uwagę zasługuje obszar zakreskowany. Są to miejsca, gdzie występuje wyraźne przeszacowanie wartości opałowej w modelu K_{DG} w stosunku do wartości modelu referencyjnego K_E . Jako granicę tego obszaru wybrano izolinię $Q = 1,0$ MJ/kg. Powyżej tej wartości występują błędy niesymetryczne, nie mające odpowiednich wartości po stronie błędów o znaku ujemnym. Poza zakreskowanym obszarem błędy rzeczywiste modelu K_{DG} generalnie mieszczą się w zakresie wartości $\pm 0,6$ MJ/kg. Sporadycznie występują odchylenia o większych wartościach absolutnych. Z dwumodalnego rozkładu odchyłek (rys. 8) można wnioskować o istnieniu dwóch nakładających się zbiorów. Jedne – symetryczne w zakresie wartości $\pm 1,0$ MJ/kg i drugie, niesymetryczne od 0,0 do $+2,0$ MJ/kg. Wartość średnia błędów rzeczywistych modelu wynosi 0,55 MJ/kg, a ich odchylenie standardowe 0,66 MJ/kg.

Rozkład błędów rzeczywistych realizacji R_1 ma charakter symetryczny. Rozkładają się wokół wartości 0,66 MJ/kg, a odchylenie standardowe wynosi 1,16 MJ/kg. Na histogramie (rys. 9) widoczne są wartości ekstremalnie niskie na poziomie $Q = -6,0$ MJ/kg. Błędy tej wielkości są konsekwencją wiernego oddania w procedurze symulacji skrajnych wartości danych podstawowych zbioru DG. Zbiór danych referencyjnych E i w konsekwencji model K_E nie zawierają tak niskich wartości, stąd ekstremalnie duże odchylenia w tym obszarze.

Mimo różnic w wartościach bezwzględnych oraz różnic lokalnych rysunki 8 i 9 są do siebie podobne. Podobieństwo dotyczy rozmieszczenia stref występowania błędów o charakterze losowym (wokół wartości 0,0 MJ/kg) i stref występowania błędów systematycznych o wysokich wartościach.

Korzystając z przykładu przedstawionego w pracy Muchy i Wasilewskiej (2005) dla oceny ilościowej błędów rzeczywistych modeli K_{DG} i R_1 obliczono średni błąd względny ($\bar{\epsilon}_R$) i średni absolutny błąd względny ($\bar{\epsilon}_{AR}$):

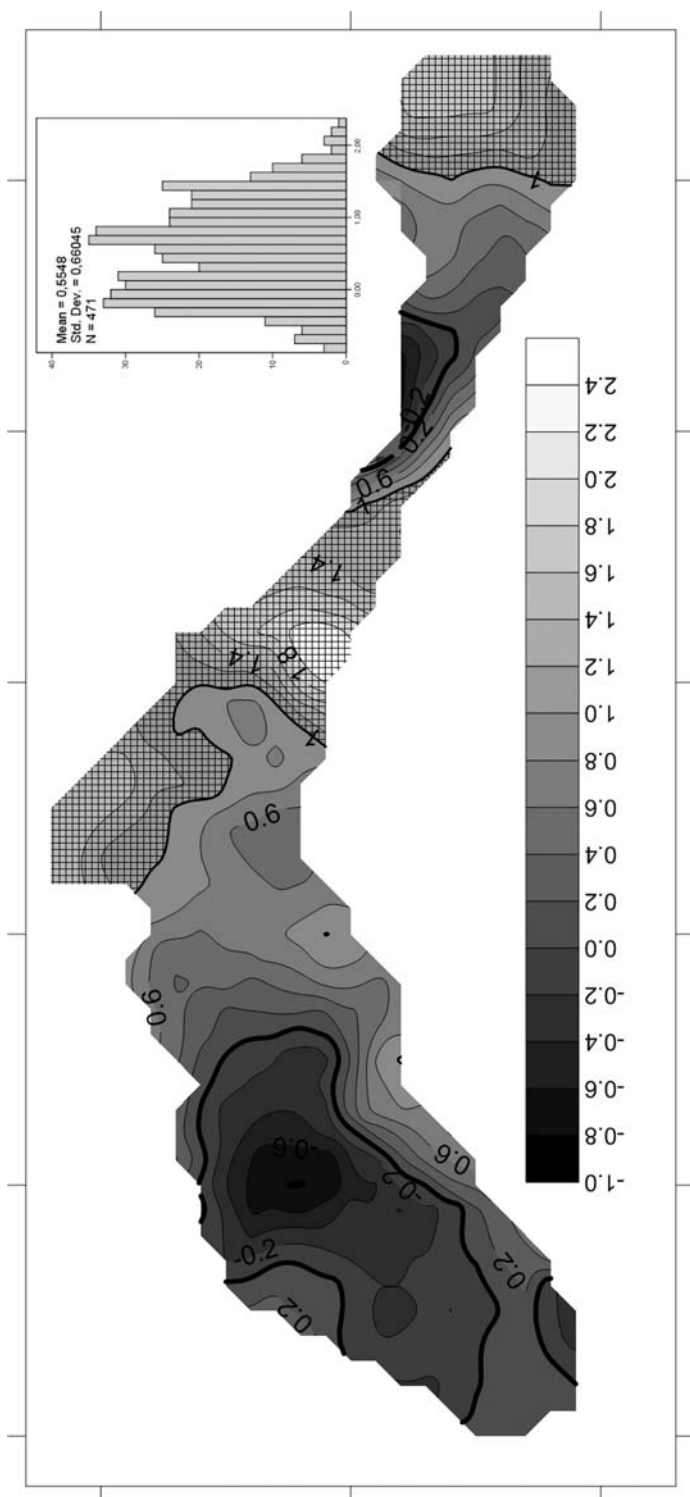
$$\bar{\epsilon}_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{z_i^* - z_i}{z_i} \cdot 100\% \quad (2)$$

$$\bar{\epsilon}_{AR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|z_i^* - z_i|}{z_i} \cdot 100\% \quad (3)$$

gdzie:

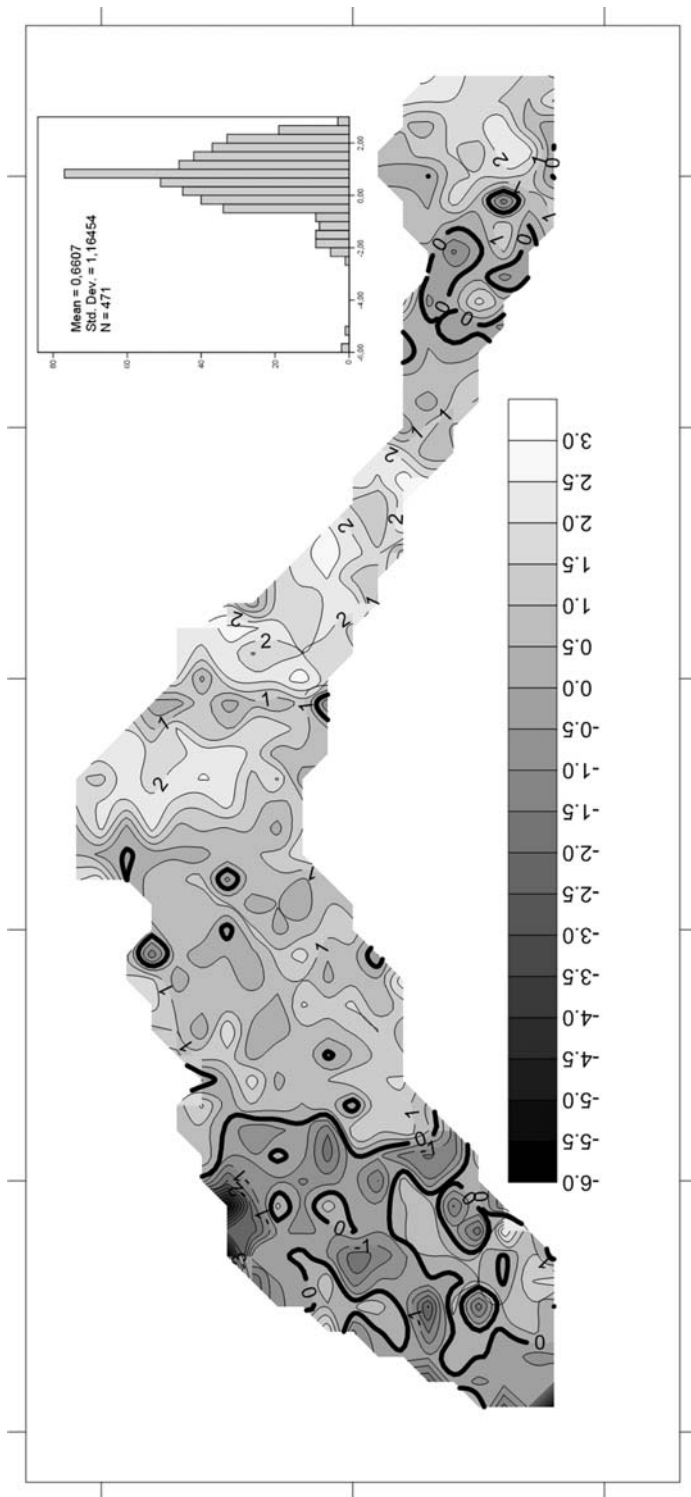
- N – liczba danych (tu: ilość węzłów w siatce modelu),
- z_i^* – oszacowana wartość parametru w i -tym węźle siatki,
- z_i – wartość parametru w i -tym węźle siatki modelu referencyjnego K_E .

Wielkości błędów obliczono dla całego złoża oraz dla wybranego obszaru testowego w zachodniej części złoża, gdzie nie występują błędy systematyczne. Wyniki zestawiono w tabeli 4:



Rys. 8. Mapa różnic pomiędzy modelem K_{DG} a modelem referencyjnym K_E . Zakreślono obszar, gdzie występują niesymetryczne odchylenia przekraczające $Q = 1,0$ MJ/kg

Fig. 8. Map of differences between K_{DG} -model and reference model K_E . Deposit areas where differences exceed value of $Q = 1.0$ MJ/kg has been outlined



Rys. 9. Mapa różnic pomiędzy przykładową realizacją R_1 a modelem referencyjnym K_E .

Fig. 9. Map of differences between exemplary realization R_1 and reference model K_E

TABELA 4

Średni błąd względny i średni absolutny błąd względny modeli K_{DG} i przykładowej realizacji R_1 w stosunku do modelu referencyjnego K_E – w obszarze całego złoża i w obszarze testowym

TABLE 4

Mean relative error and mean absolute relative error of K_{DG} -model and exemplary realization R_1 in relation to reference model K_E – computed for whole deposit and for test area

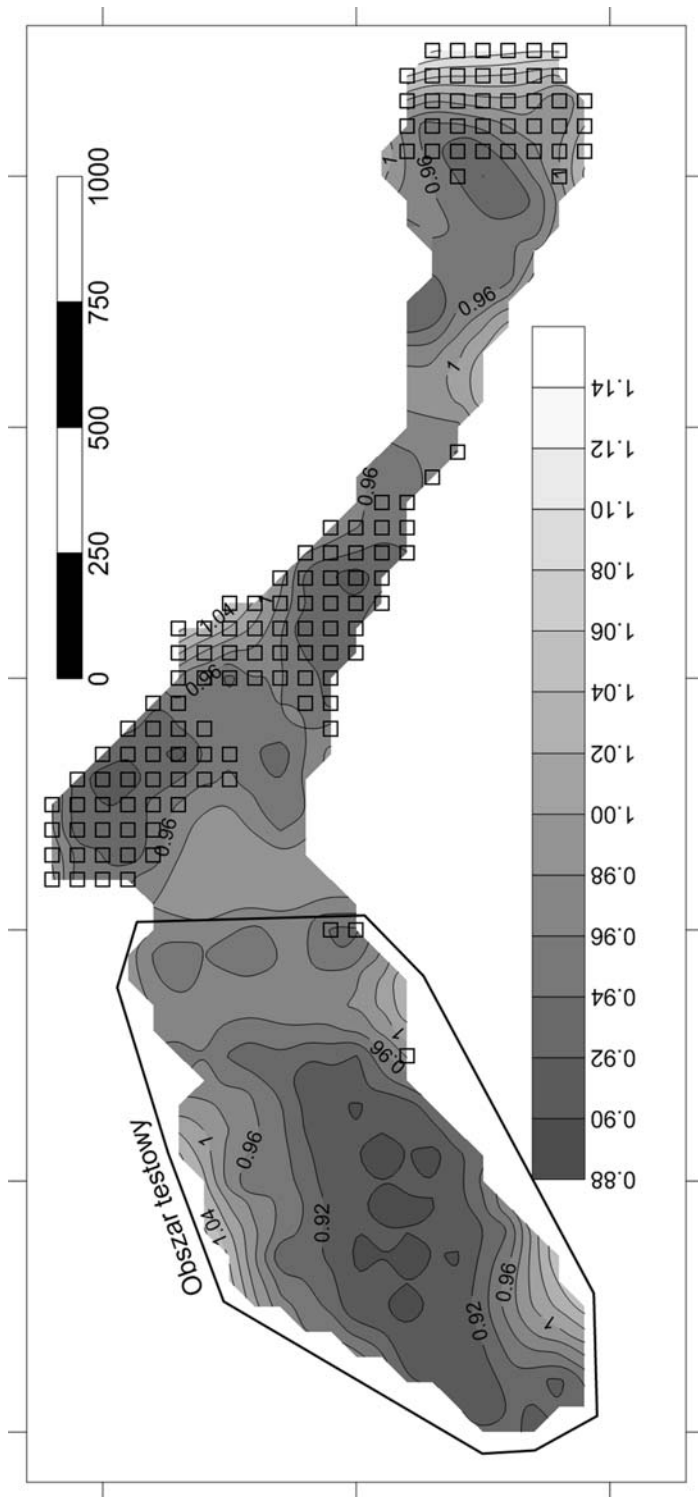
	Kriging – K_{DG}	Symulacja – R_1
	Całe złożo	
$\bar{\varepsilon}_R$ [%]	6,83	8,12
$\bar{\varepsilon}_{AR}$ [%]	8,42	13,13
	Obszar testowy	
$\bar{\varepsilon}_R$ [%]	1,10	1,10
$\bar{\varepsilon}_{AR}$ [%]	3,97	10,6

7. Analiza odchyień modeli K_{DG} i R_1 od modelu referencyjnego K_E na tle mapy prognozowanego błędu krigingu i mapy odchylenia standardowego symulacji

Do oceny dokładności lokalnej modelu K_{DG} wykorzystano mapę odchylenia standardowego krigingu. Ten uboczny wynik procedury krigingu dostarcza informacji o lokalnej wiarygodności modelu – wyraża on wielkość błędu prognozowanego. Jego wielkość w danym punkcie modelu (wzgl. bloku) zależy przede wszystkim od geometrii i odległości najbliższych obserwacji, na podstawie których przeprowadzono predykcję. Zależność ta jednak nie jest liniowa lecz wynika z funkcji wariogramu, na podstawie którego przeprowadza się modelowanie. Odchylenie standardowe krigingu nie zależy jednak od lokalnej zmienności wykorzystanych do modelowania obserwacji. Jest to słabość metody krigingu zwyczajnego, która skompensowana została w procedurze symulacji.

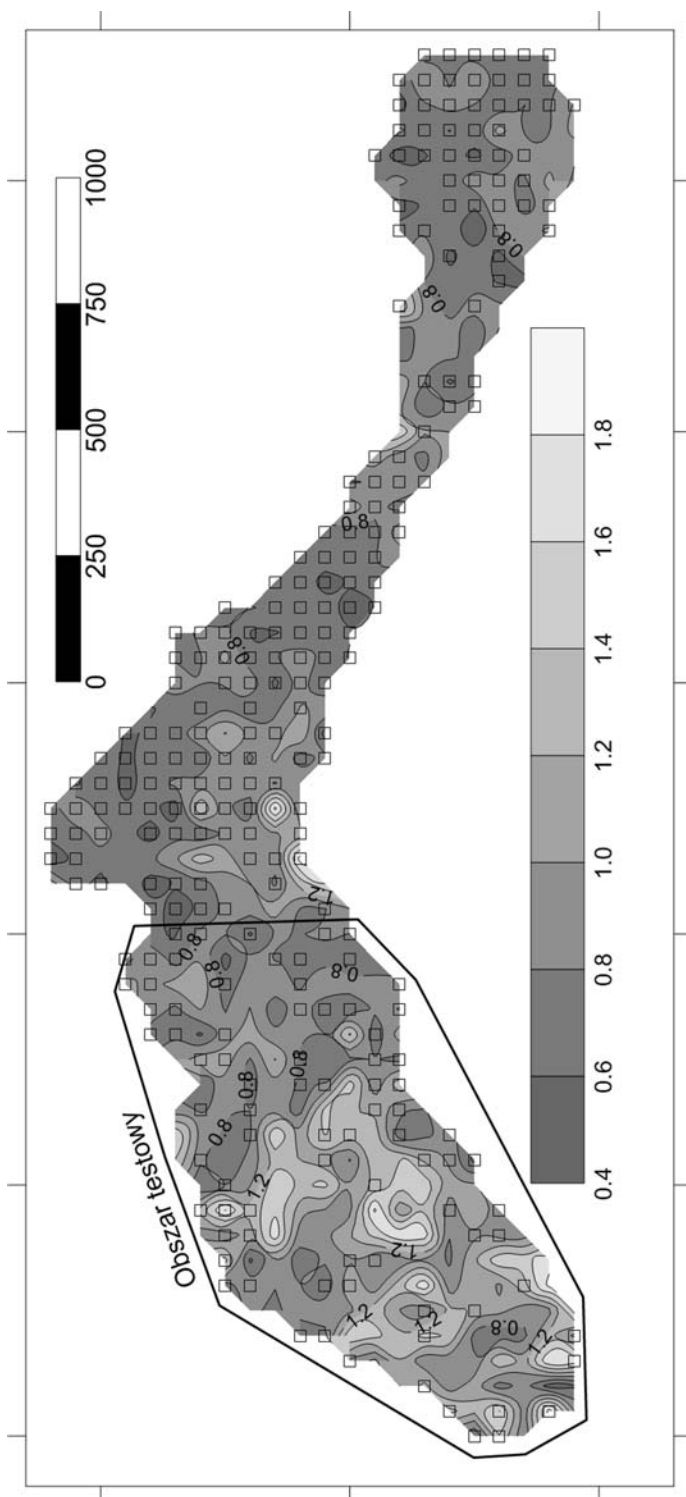
Na rysunku 10 przedstawiono mapę odchylenia standardowego modelu K_{DG} . Kwadratami oznaczono obszary przypisane do węzłów siatki interpolacyjnej, w których absolutny błąd rzeczywisty przekroczył lokalną wartość błędu prognozowanego. Przekroczenia występują głównie w miejscach, gdzie błąd prognozowany jest relatywnie niski. Można stąd wnosić, że wysokie wartości błędu rzeczywistego w obszarach oznaczonych kwadratami mają swoje źródło poza metodą modelowania. Wyraźne jest podobieństwo rysunków 8 i 10 – obszar zaznaczony kwadratami pokrywa się niemal dokładnie z obszarem zakreślonym na rysunku 8. Kwadratami oznaczono 28,2% węzłów siatki modelu K_{DG} .

Rysunek 11 obrazuje mapę odchylenia standardowego symulacji warunkowej. Mapa jest efektem analizy statystycznej 20 realizacji. W każdym węźle siatki obliczone zostało odchylenie standardowe obrazujące miarę niepewności prognozy lokalnej. Wyraźne są



Rys. 10. Mapa odchylenia standardowego krigingu dla modelu K_{DG} . Kwadratami oznaczono miejsca, w których absolutny błąd rzeczywisty modelu K_{DG} przewyższa lokalną wartość błędu prognozowanego.

Fig. 10. Kriging standard deviation map of model K_{DG} . Grid points where real absolute error exceeds local value of standard deviation are marked with squares



Rys. 11. Mapa odchylenia standardowego przykładowej realizacji R_1 .

Kwadratami oznaczono węzły siatki, w których błąd rzeczywisty modelu R_1 przewyższa lokalną wartość odchylenia standardowego 20 realizacji.

Fig. 11. Standard deviation map of exemplary realization R_1 .

Grid points marked with squares, where real absolute error exceeds local standard deviation value computed for 20 realizations

różnice pomiędzy rysunkami 10 i 11, szczególnie w zachodniej części złoża. Tam, gdzie ze względu na dużą gęstość otworów rozpoznawczych błąd predykcji powinien być najniższy, co wynika z rysunku 10, na rysunku 11 jest przeciwnie – odchylenie standardowe osiąga szczególnie duże wartości. Jest to wpływ dużego zróżnicowania wartości sąsiadujących ze sobą obserwacji w zachodniej części złoża. Na skutek tego poszczególne realizacje symulacji są w tym obszarze wzajemnie mocno zróżnicowane.

Zakres wartości odchylenia standardowego symulacji jest ponad pięciokrotnie większy (1,4 MJ/kg) niż analogiczny zakres krigingu (0,26 MJ/kg). Błędy rzeczywiste realizacji R_1 , których wielkość wykracza poza lokalną wartość odchylenia standardowego (węzły siatki oznaczone kwadratami) stwierdzono w całym obszarze modelu. Mimo to widać duże zagęszczenie w centralnej części złoża – w rejonie wykazanym również na rysunku 10. Kwadratami oznaczono 54,1% węzłów siatki modelu R_1 .

8. Identyfikacja obszarów złoża spełniających założone kryterium jakościowe

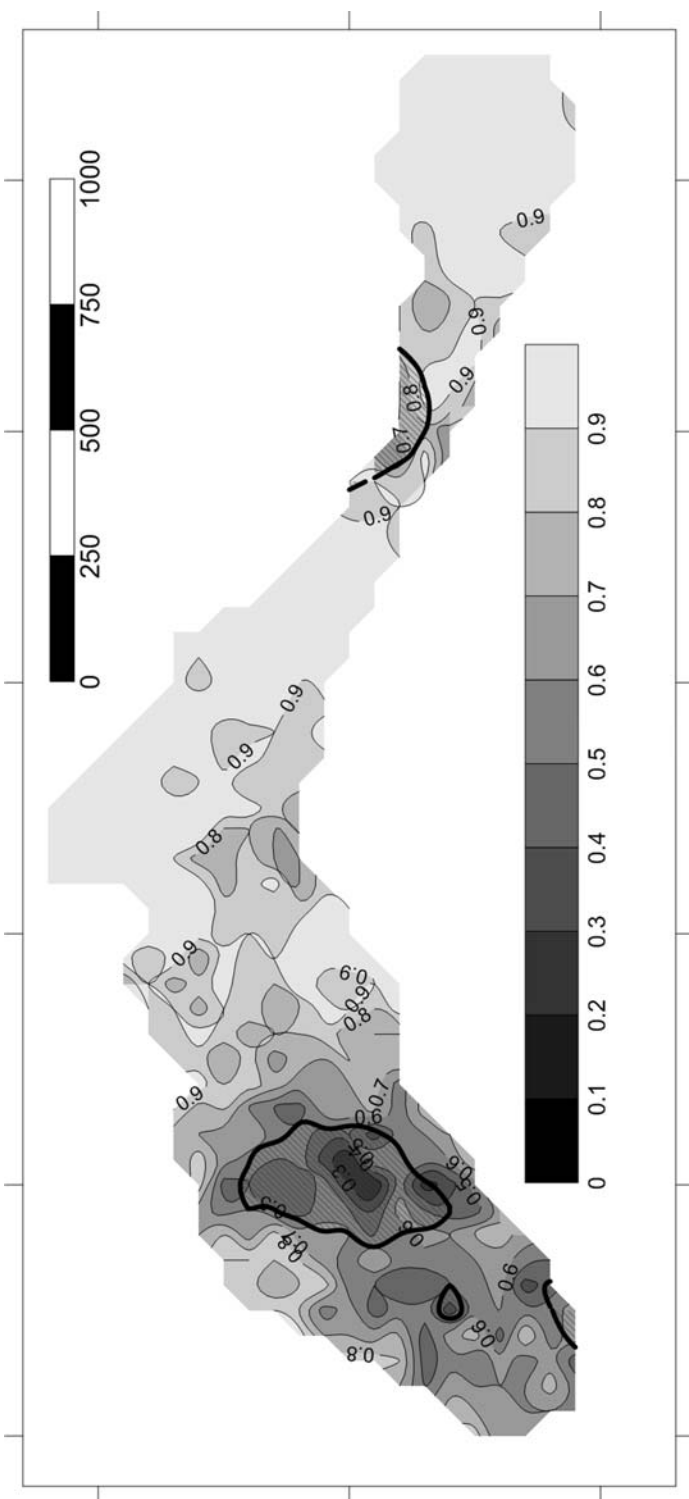
Jednym z istotnych elementów oceny złoża jest identyfikacja części jego zasobów nadających się do wydobycia oraz oszacowanie ich wielkości (objętości, masy). Do tego celu stosuje się wartości graniczne wybranych parametrów, np. miąższość, wartość opałową, zawartość siarki.

Poniżej zaprezentowano podejście do identyfikacji zasobów spełniających kryterium jakościowe, oparte na izoliniowym modelu K_{DG} oraz metodę wykorzystującą rachunek prawdopodobieństwa na podstawie wyników symulacji warunkowej. Na potrzeby przykładu przyjęto kryterium $Q_{min} = 8,0$ MJ/kg stanowiące o kwalifikacji zasobów do przemysłowych ($Q \geq Q_{min}$) lub nieprzemysłowych ($Q < Q_{min}$).

Na rysunku 12 zestawiono wyniki analizy wykonanej dwiema metodami. Podkreślono izolinię $Q_{min} = 8,0$ MJ/kg, której przebieg wyznaczono z modelu K_{DG} (por. rys. 5). Węgiel w obszarach zakreskowanych nie spełnia założonego kryterium.

W efekcie opracowania 20 realizacji modelu złoża metodą symulacji, na tym samym rysunku wyznaczono obszary, w których określona została wielkość prawdopodobieństwa spełnienia kryterium ($Q \geq Q_{min}$). Interesujący jest fragment złoża we wschodniej jego części wewnątrz zakreskowanego obszaru zasobów „nieprzemysłowych”. Z modelu K_{DG} wynika jednoznacznie, że węgiel nie spełnia kryterium (czyli jest $Q < Q_{min}$), tymczasem prawdopodobieństwo spełnienia kryterium określone na podstawie symulacji jest wysokie (miejscami nawet $P = 0,8$). Mając na uwadze, że modele złoża wykonywane są na podstawie informacji dyskretnej wydaje się, że to drugie podejście do określenia zasobów przemysłowych – oparte na rachunku prawdopodobieństwa – jest z punktu widzenia metodologii lepsze (lepiej oddające rzeczywistość), chociaż trudniejsze w praktycznym zastosowaniu.

Ze względu na duże rozbieżności pomiędzy zbiorem danych źródłowych DG i E prognozy przedstawione na rysunku 12 nie zostały pozytywnie zweryfikowane (por. rys. 6).



Rys. 12. Identyfikacja obszarów złóż spełniających kryterium wartości opalowej $Q \geq 8,0$ MJ/kg. Metodą kręgu wyznaczono obszary złóż gdzie $Q < 8,0$ MJ/kg (obszary zakresowane), metodą symulacji wyznaczono obszary różnego prawdopodobieństwa spełnienia kryterium jakości $Q \geq 8,0$ MJ/kg.

Fig. 12. Qualification of deposit areas where calorific value fulfills criterion $Q \geq 8,0$ MJ/kg. Areas where $Q < 8,0$ MJ/kg were identified using kriging method (outlined areas). Areas with different probability of $Q \geq 8,0$ MJ/kg were presented using conditional simulation.

8.1. Oszacowanie ilościowe zasobów spełniających kryterium jakościowe

Doświadczenie wykonano opierając się na kryterium $Q_{\min} = 8,0$ MJ/kg w dwóch wariantach: dla całego złoża oraz w najlepiej rozpoznanym obszarze testowym (rys. 10, 11), w którym nie występują nadzwyczajne odchylenia od modelu referencyjnego. Dla każdego węzła siatki modeli K_{DG} i R_1 – R_{20} przeprowadzono test kryterium $Q \geq Q_{\min}$. Wyniki przedstawiono jako procent węzłów spełniających kryterium w stosunku do całego modelu. W tabeli 5 i na rysunku 13 przedstawiono wyniki analiz dla wszystkich realizacji

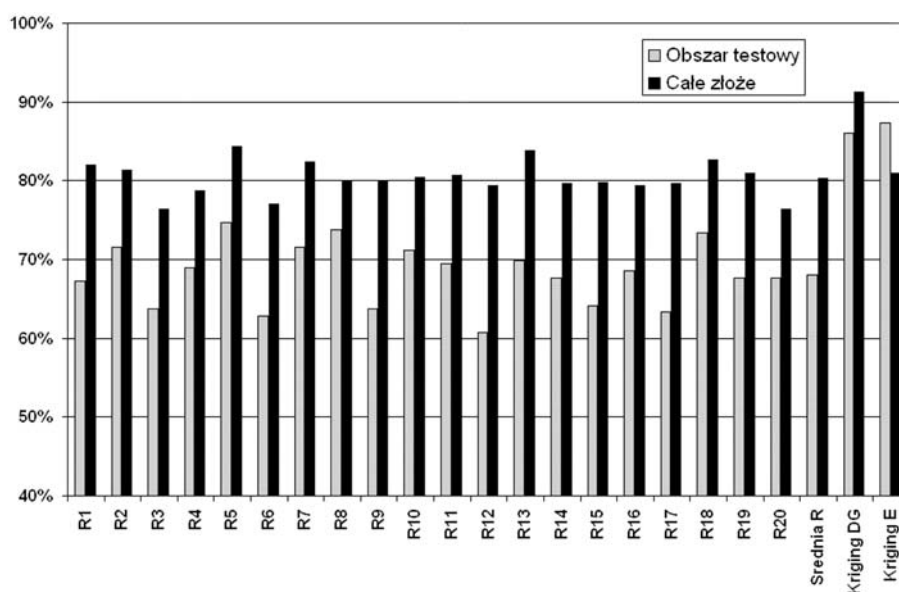
TABELA 5

Wyniki identyfikacji zasobów przemysłowych (spełniających kryterium $Q \geq 8,0$ MJ/kg), za pomocą krigingu i symulacji warunkowej w porównaniu z modelem referencyjnym (% analizowanej powierzchni)

TABLE 5

Qualification of deposit areas with $Q \geq 8,0$ MJ/kg identified using kriging and conditional simulation method in comparison to reference model (% of analyzed area)

	Model E	Kriging DG	Średnia R	Odch. stand. R
Całe złożo	80,9%	91,3%	80,3%	2,2%
Obszar testowy	88,6%	86,0%	68,1%	4,0%



Rys. 13. Wyniki kwalifikacji zasobów przemysłowych metodą symulacji i krigingu na podstawie założonego kryterium jakości $Q \geq 8,0$ MJ/kg (% powierzchni złoża)

Fig. 13. Qualification of deposit areas with $Q \geq 8.0$ MJ/kg using with kriging and conditional simulation method in comparison to reference model (% of analyzed area)

symulacji (R_1 – R_{20}), dla wartości średniej z symulacji (Średnia R), modelu K_{DG} oraz modelu referencyjnego K_E .

Wynik doświadczenia jest niejednoznaczny i trudny w interpretacji. Dla całego złoża średnia z 20 symulacji niemal dokładnie odpowiada wynikowi z modelu referencyjnego ($80,3 \approx 80,9\%$). W przypadku obszaru testowego jest przeciwnie: średnia z symulacji zaniża wynik w stosunku do modelu K_E , podczas gdy zasoby obliczone na podstawie modelu K_{DG} są bliskie obliczonym na podstawie modelu referencyjnego ($86 \approx 88,6\%$). W tym drugim przypadku na podstawie średniej z symulacji (Średnia R) tylko 68,1% zasobów spełnia kryterium jakościowe.

Na trudne do interpretacji wyniki doświadczenia nałożyły się różne czynniki niezależne od samych metod modelowania:

- duże różnice w zakresie danych podstawowych DG i referencyjnych E,
- zawężenie zakresu wartości modelu referencyjnego K_E w stosunku do danych E,
- występowanie skrajnie wysokich wartości w centralnym obszarze złoża (DG),
- występowanie skrajnie niskich wartości w obszarze testowym (DG).

Przy niejednoznacznych wynikach doświadczenia i w obecności wymienionych czynników zewnętrznych sformułowanie oceny metod modelowania nie jest możliwe.

Podsumowanie i wnioski

Na podstawie analiz opartych na porównaniu modeli K_{DG} i przykładowej realizacji R_1 z modelem referencyjnym trudno wyprowadzić jednoznaczne wnioski dotyczące samych metod – krigingu i symulacji warunkowej. Zbiory danych DG i E, na podstawie których wykonano modele statystycznie znacznie się różnią, dotyczy to odchylenia standardowego, wartości najmniejszej, największej, współczynnika zmienności. W części złoża różnice te mają charakter błędów systematycznych.

Wiarygodne wnioski można formułować na podstawie porównania modeli K_{DG} i przykładowej, ale reprezentatywnej dla innych realizacji R_1 w stosunku do danych źródłowych DG, w szczególności:

1. Symulacja bardzo dobrze oddaje cechy zbioru źródłowego – wartość średnią, zakres wartości, charakter zmienności (wariogram).
2. Kriging zwyczajny oddaje wartość średnią, ale zakres wartości modelu jest w stosunku do danych źródłowych zawężony.
3. Modele K_{DG} i R_1 znacznie różnią się między sobą, współczynnik korelacji Spearmana ($\rho = 0,62$) wskazuje na słabą korelację. Analizowane modele nie są skorelowane z modelem referencyjnym K_E , mimo to obliczone miary błędów rzeczywistych przybierają niskie wartości, szczególnie w obszarze testowym, gdzie nie stwierdzono występowania błędów systematycznych. Źródła niskiej wartości błędów należy jednak szukać raczej w małym zróżnicowaniu wartości analizowanego parametru Q niż w dokładności modeli.

4. Kriging zwyczajny jako metoda modelowania jest przydatny do predykcji wartości średniej, jednak ze względu na zawężanie zakresu wartości modelu w stosunku do danych źródłowych nie nadaje się do określenia analiz ryzyka związanego z przekroczeniem krytycznych wartości parametrów złoża. W tym obszarze lepiej sprawdza się symulacja.
5. Do oceny wielkości prognozowanego błędu predykcji bardziej nadaje się odchylenie standardowe obliczone na podstawie symulacji niż odchylenie standardowe krigingu. Ta pierwsza metoda obok geometrii sieci pomiarowej uwzględnia również zmienność lokalną parametru złoża.

LITERATURA

- Benndorf J., 2009 – Evaluation of lignite deposits using conditional simulation in geostatistics. Schriftenreihe des Institutes für Geotechnik und Markscheidewesen der TU Clausthal, Ausgabe 18/2009, 221s.
- Benndorf J., Dimitrakopoulos R., 2007 – New efficient methods for conditional simulation of large orebodies. [W:] *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum Series, vol. 14, 2nd Edition, s. 61–68.
- Dimitrakopoulos R., 2010 – *Advances in Orebody Modelling and Strategic Mine Planning I*. Spectrum Series Volume 17, The AusIMM, Melbourne, 345 s.
- Dimitrakopoulos R., 2007 – *Orebody modelling and strategic mine planning*. Spectrum Series v. 14, 2nd Edition, The AusIMM, Melbourne, 402 s.
- Journel A.G., Huijbregts C.J., 1978 – *Mining geostatistics*: Academic Press. London, 600 s.
- Jurdiak L., Kawalec W., 2011 – Ocena ryzyka geologicznego w górnictwie węgla brunatnego metodą symulacji warunkowej. *Materiały Szkoły Eksploatacji Podziemnej*, IGSMiE PAN, Kraków, s. 893–908
- Kozula R., Mazurek S., 1996 – Wstępna ocena stopnia rozpoznania podstawowych parametrów złożowych konińskich złóż węgla brunatnego w blokach geologicznych metodą krigingu. *Górnictwo Odkrywkowe*, v. 38, nr 3, Wrocław.
- Matheron G., 1973 – The intrinsic random functions and their application. *Advances in Applied Probability*, v. 5, s. 439–468.
- Mucha J., Wasilewska M., 2005 – Dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach węgla kamiennego GZW. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* t. 21, z. 1, s. 5–21. Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.
- Mucha i in. 2008 – Mucha J., Nieć M., Saługa P., Sobczyk E.J., Wasilewska M., 2008 – Ryzyko inwestycji w górnictwie węgla kamiennego jako funkcja dokładności oszacowań parametrów złożowych. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* vol. 24 z. 2/4 s. 161–173. Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.
- Naworyta W., 2008 – Analiza zmienności parametrów złożowych węgla brunatnego pod kątem sterowania jakością strumienia urobku, *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* t. 24, nr 2/4. Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.
- Naworyta i in. 2005 – Naworyta W., Menz J., Sroka A., 2005 – Assessment of the accuracy of ground movement elements prediction using simulation method, *proceedings of the 6th International Mining Forum 2005*, A. A. Balkema Publishers, 2005. s. 123–136.
- Nowak M., Verly G., 2007 – A practical process for geostatistical simulation with emphasis on Gaussian methods. [W:] *Orebody Modeling and strategic mine planning*, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum Series, vol. 14, 2nd Edition, s. 69–78.
- Remy i in. 2009 – Remy N., Boucher A., Wu J., 2009 – *Applied Geostatistics with S-GeMS*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Rozporządzenie Ministra Środowiska z dnia 6 lipca 2005 r. w sprawie szczegółowych wymagań, jakim powinny odpowiadać dokumentacje geologiczne złóż kopalin (Dz.U. Nr 136, poz. 1151).

**OCENA DOKŁADNOŚCI GEOSTATYSTYCZNYCH METOD MODELOWANIA ZŁÓŻ
POD KĄTEM PROJEKTOWANIA EKSPLOATACJI NA PODSTAWIE JEDNEGO ZE ZŁÓŻ WĘGLA BRUNATNEGO**

Słowa kluczowe

Modelowanie złóż, kriging, symulacja warunkowa, geostatystyka, dokładność

Streszczenie

We wszystkich fazach zagospodarowania złoża węgla brunatnego wymagane jest odpowiednie rozpoznanie jego kluczowych parametrów strukturalnych i jakościowych, tj. miąższość pokładu, wartość opałowa węgla, popielność, zawartość siarki. Od właściwego rozpoznania przestrzennej zmienności parametrów złoża zależy optymalne wykorzystanie jego zasobów jak i możliwość odpowiedniego planowania eksploatacji pod kątem utrzymania jakości strumienia surowca. Bazując na danych z rozpoznania geologicznego wykonywane są modele złoża. Do modelowania wykorzystywane są różne metody, wśród których popularne stają się metody geostatystyczne. Wybór metody zależy od celu modelowania.

W artykule przedstawiono wielokryterialne analizy metod geostatystycznych używanych do modelowania złóż. Na podstawie obserwacji geologicznych złoża węgla brunatnego wykonano modele wartości opałowej węgla Q metodą krigingu zwyczajnego (OK) oraz metodą geostatystycznej symulacji warunkowej (SGSIM). Modele przeanalizowano pod kątem wierności odwzorowania cech danych źródłowych, tj. wartości średniej, wariancji oraz struktury. Modele porównano z modelem referencyjnym opartym na danych pozyskanych w procesie eksploatacji złoża. Obliczono miary odchyień – średni błąd względny i absolutny błąd względny oraz współczynnik korelacji. Porównano modele pod względem ogólnych cech statystycznych oraz zmienności lokalnej.

Na podstawie analiz sformułowano wnioski dotyczące przydatności metod do rozwiązywania różnych zadań z zakresu projektowania górniczego. Do szacowania wartości średniej parametrów złoża wystarczająco dokładne wyniki dostarcza kriging zwyczajny. Do zadań związanych z określeniem prawdopodobieństwa albo ryzyka przekroczenia krytycznych wartości parametrów złoża bardziej wiarygodnych wyników niż kriging dostarcza metoda symulacji. Modele wykonane tą metodą wiernie oddają strukturę danych źródłowych.

**ACCURACY ASSESSMENT OF GEOSTATISTICAL MODELLING METHODS OF MINERAL DEPOSITS FOR THE PURPOSE OF
THEIR FUTURE EXPLOITATION – BASED ON ONE LIGNITE DEPOSIT**

Key words

Modelling of deposits, kriging, conditional simulation, geostatistics, accuracy

Abstract

Safe mine operations and optimal economical decision making in the context of lignite resources require an adequate level of knowledge about the spatial distribution of critical attributes in terms of geometry and quality in the deposit. Therefore, ore body models are generated using different approaches in geostatistics, depending on the problem to be solved.

In this article the analysis of geostatistical methods used for deposits modeling has been presented. Based on exploration data concerning calorific value Q, models of one exemplary lignite deposit has been made. Two models of deposit were prepared using two different methods: ordinary kriging (OK) and sequential Gaussian conditional simulation (SGSIM). Different models of the same deposit were analyzed and compared with source data using criterion of fidelity to statistical attributes like: mean value, variance, statistical distribution. Models, which have been created based on exploration data, were compared with in-situ data gained from survey activities in the exploitation process. As a result of comparison correlation factor and measures of deviations were computed:

average relative error, absolute relative error. Models were compared with in situ data, considering statistical features and local variability as well.

In conclusion, the study gives valuable information into the benefits of using certain geostatistical approaches for variable tasks and problems in the lignite deposits design process. For the assessment of average values of deposit parameters ordinary kriging provides appropriate effects. Geostatistical simulation (e.g. sequential Gaussian simulation – SGSIM) provides much more relevant information for tasks connected to probability (or risk) of defined threshold exceedences than ordinary kriging. Models made with simulation method are characterized by high fidelity of spatial distribution in comparison to source data.

